บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญ

การแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด เป็นการหาค่าผลเฉลยที่ดีที่สุด จากผลเฉลยที่เป็นไปได้ทั้งหมด ในกรณีเฉพาะอย่างง่ายสำหรับปัญหานี้เป็นที่รู้จักกันเป็นอย่างดีก็คือ การหาค่าสูงสุดและต่ำสุดของฟังก์ชันเชิงจริง (Real function) บนโดเมนเซตเงื่อนไข ทฤษฎีการหาค่าเหมาะที่สุด ได้มีการนำมาใช้อย่างกว้างขวาง เนื่องจากสามารถประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในทางปฏิบัติมากมาย เช่น เศรษฐศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ วิทยาการคอมพิวเตอร์ และวิทยาศาสตร์ การศึกษาของทฤษฎีการหาค่าเหมาะที่สุดนั้น ขึ้นอยู่กับการวิเคราะห์เชิงฟังก์ชัน การวิเคราะห์แบบไม่เชิงเส้น และการวิเคราะห์แบบคอนเวกซ์ จากมุมมองของภาคปฏิบัติการวิเคราะห์เชิงตัวเลขได้ถูกนำมาพิจารณาเพื่อแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด และเพื่อแสดงให้เห็นถึงการลู่เข้าของลำดับ นอกจากนี้ ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด สามารถศึกษาหรือแก้ไขได้โดยใช้วิธีการเชิงตัวเลข ซึ่งมีการนำมาใช้ในชีวิตประจำวันมากที่สุด หัวข้อของทฤษฎีการหาค่าเหมาะที่สุด ได้รับการศึกษาเป็นจำนวนมากและต่อเนื่องโดยนักคณิตศาสตร์ มีผลงานวิจัยซึ่งได้ศึกษาเกี่ยวกับการแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด ทั้งปริภูมิฮิลเบิร์ต และปริภูมิบานาค ปัจจุบันวิธีการเชิงตัวเลขสำหรับการแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดสามารถแบ่งออกเป็นสองกรณีต่อไปนี้ 1) เทคนิคการส่งแบบใกล้เคียง (Proximal mapping technique) เช่น วิธีการจุดใกล้เคียง (Proximal point algorithm) วิธีการไปข้างหน้า-ย้อนกลับ (forward-backward algorithm) วิธีการย้อนกลับ-ย้อนกลับ (backward-backward algorithm) วิธีการแบบแยกดักลาส-ราชฟอร์ด (Douglas-Rachford splitting algorithm) 2) วิธีการการหาค่าเหมาะที่สุด (Optimal algorithms) เช่น วิธีการ FISTA (fast iterative shrinkage-thresholding algorithm) วิธีการของเนสเตอรอฟ (Nesterov's algorithm) และวิธีการของเซง (Tseng's algorithm) วิธีการที่นิยมใช้และมีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดคือ การใช้เทคนิคการส่งแบบใกล้เคียง (Martinet, 1970 : 154-158) ซึ่งการส่งแบบใกล้เคียงของฟังก์ชันแบบคอนเวกซ์ เป็นการขยายองค์ความรู้จากตัวการดำเนินการฉายภาพ (Projection operator) ลงบนเซตแบบคอนเวกซ์ จึงนับว่าเป็นเครื่องมือที่มีความสำคัญในการวิเคราะห์ และการแก้ปัญหาเชิงตัวเลขของปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดแบบคอนเวกซ์ แนวคิดหลักของเทคนิคการส่งแบบใกล้เคียงนั้น ได้มาจากการแยกฟังก์ชันที่ใช้แต่ละรายการ เพื่อให้ได้วิธีการที่สามารถนำไปใช้งานได้ง่าย วิธีการจุดใกล้เคียงถูกใช้ในการหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันแบบคอนเวกซ์ ในส่วนวิธีการไปข้างหน้า-ย้อนกลับนั้น ถูกใช้เพื่อค้นหาค่าต่ำสุดของผลรวมสองฟังก์ชัน ข้อดีอย่างหนึ่งของวิธีการเหล่านี้คือ สามารถใช้งานได้โดยไม่ต้องคำนวณในการฉายภาพ เพื่อลดวัตถุประสงค์ซึ่งไม่มีความแตกต่างกัน เช่น วัตถุประสงค์ที่พบโดยทั่วไปในการประมาณแบบเบาบาง (Sparse approximation) และการตรวจจับแบบบีบอัด (Compressed sensing) หรือ ปัญหาในรูปแบบที่มีเงื่อนไขเกี่ยวข้องกับข้อมูลที่มีขนาดของมิติมาก มีนักวิจัยจำนวนมากได้ศึกษาเทคนิคนี้อย่างกว้างขวางโดยใช้การส่งแบบใกล้เคียง จากงานเหล่านี้ทำให้เกิดแรงบันดาลใจที่จะศึกษาและพัฒนาเทคนิคการส่งแบบใกล้เคียงสำหรับ

การแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดและประยุกต์กับปัญหาการทำภาพมัวให้ชัดเจน ซึ่งภาพมัว คือ ภาพที่ไม่สามารถมองเห็นสิ่งต่าง ๆ ได้อย่างชัดเจน

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อสร้างวิธีการเชิงตัวเลขแบบใหม่สำหรับการแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด
2. เพื่อสร้างทฤษฎีการลู่เข้าใหม่สำหรับการแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด
3. เพื่อศึกษาผลที่ได้รับจากโครงการวิจัยนี้ในการแก้ปัญหาภาพมัว

ประโยชน์ของการวิจัย

1. ได้องค์ความรู้พื้นฐานเพื่อยกระดับคุณภาพการศึกษา และสามารถเผยแพร่ในวารสารระดับชาติหรือนานาชาติ ตลอดจนได้รับการอ้างอิงจากนักวิจัยที่ศึกษาทางด้านการแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด

2. นักศึกษาและผู้ที่สนใจศึกษาทางด้านการแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด อีกทั้งนักศึกษายังสามารถศึกษาหลักการพิสูจน์ และวิธีการเชิงตัวเลข ซึ่งนำไปใช้เป็นแนวทางในการเรียนวิชาทฤษฎีต่าง ๆ ที่ต้องพิสูจน์และวิชาที่ต้องใช้ทักษะการคำนวณ

ขอบเขตของการวิจัย

1. พัฒนาวิธีการเชิงตัวเลขใหม่โดยใช้เทคนิคการส่งแบบใกล้เคียงในปริภูมิฮิลต์เบิร์ต
2. สร้างทฤษฎีการลู่เข้าเพื่อยืนยันการลู่เข้าสู่ผลเฉลยของวิธีการเชิงตัวเลขใหม่ที่สร้างขึ้น
3. นำไปประยุกต์ใช้ปัญหาการทำภาพมัวแบบ Gaussian และ Motion ให้ชัดเจนขึ้น

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. $\mathbb{R}$ เป็นเซตของจำนวนจริง
2. $\mathcal{H}$ เป็นปริภูมิฮิลต์เบิร์ต
3. I เป็นการส่งแบบเอกลักษณ์
4. ∇ เป็นเกรเดียนต์ (gradient) ของฟังก์ชัน
5. ∂ เป็นอนุพันธ์ย่อย (subdifferntial) ของฟังก์ชัน
6. prox เป็นตัวดำเนินการใกล้เคียง (Proximity operators) ของฟังก์ชัน

สถาบันวิทยบริการ มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี