บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผลและข้อเสนอแนะ

การศึกษาวิธีการทำซ้ำเพื่อประมาณค่าของผลเฉลยของปัญหาการหาค่าเหมาะสมต่ำสุด รวมถึงการหาผลเฉลยของปัญหาของอสมการการแปรผัน ปัญหาดุลยภาพ ในปริภูมิฮิลเบิร์ต และนอกจากนี้ยังได้นำวิธีการทำซ้ำใหม่ มาประยุกต์กับปัญหาภาพมัว จากการศึกษาได้ทฤษฎีบทการลู่เข้าที่สำคัญ สำหรับเนื้อหาในบทนี้ผู้วิจัยได้ให้รายละเอียดเกี่ยวกับ ข้อสรุปจากการวิจัย อภิปรายผลการวิจัย และข้อเสนอแนะที่สำคัญ ดังต่อไปนี้

สรุปผลวิจัย

ผลการวิจัยในโครงการนี้ผู้วิจัยได้สร้างวิธีการทำซ้ำใหม่เพื่อประมาณค่าของผลเฉลยของปัญหาการหาค่าเหมาะสมต่ำสุด รวมไปถึงปัญปัญหาของอสมการการแปรผัน ปัญหาดุลยภาพ ในปริภูมิฮิลเบิร์ต และได้นำวิธีการทำซ้ำใหม่ดังกล่าวมาประยุกต์กับปัญหาของภาพที่มีลักษณะมัว

เลือกสมาชิก $x_0, x_1 \in \mathcal{H}$ และให้ x_{n+1} เป็นวิธีการทำซ้ำ นิยามโดย

$$\begin{cases} w_n = x_n + \theta_n(x_n - x_{n-1}), \\ z_n = (1-\tau_n)x_n + \tau_n\left((1-\gamma_n) + w_n + \gamma_n T_n w_n\right), \\ x_{n+1} = (1-\delta_n)x_n + \delta_n\left((1-\lambda_n)z_n + \lambda_n T_n z_n\right), \end{cases} \tag{5.1}$$

โดยที่ลำดับ $\{\tau_n\}, \{\gamma_n\}, \{\delta_n\}, \{\lambda_n\}$ และ $\{\theta_n\}$ สอดคล้องกับเงื่อนไขดังนี้

(i) $0 \le \theta_n \le \theta_{n+1} \le 1$

(ii) $0 < \tau \le \tau_n \le \tau_{n+1} \le \dfrac{1}{2+\alpha} := \epsilon, \alpha > 0$

(iii) $0 < \gamma \le \gamma_n \le \rho < 1$

(iv) $0 < \delta \le \delta_n \le \delta_{n+1} \le \dfrac{1}{2+\beta} := \varepsilon, \beta > 0$

(v) $0 < \lambda \le \lambda_n \le \iota < 1.$

แล้วลำดับ $\{x_n\}$ นิยามโดย (5.1) ลู่เข้าแบบอ่อนสู่จุด $w \in \Omega$

อภิปรายผล

จากการศึกษาการลู่เข้าของวิธีการทำซ้ำใหม่เพื่อประมาณค่าหาผลเฉลยของปัญหาค่าเหมาะสมต่ำสุด รวมไปถึงปัญปัญหาของอสมการการแปรผัน ปัญหาดุลยภาพ ในปริภูมิฮิลเบิร์ตและได้นำวิธีการทำซ้ำใหม่ดังกล่าวมาประยุกต์กับปัญหาของภาพที่มีลักษณะมัว

เลือกสมาชิก $x_0, x_1 \in \mathcal{H}$ และให้ x_{n+1} เป็นวิธีการทำซ้ำ นิยามโดย

$$\begin{cases} w_n = x_n + \theta_n(x_n - x_{n-1}), \\ z_n = (1-\tau_n)x_n + \tau_n\left((1-\gamma_n)w_n + \gamma_n T_n w_n\right), \\ x_{n+1} = (1-\delta_n)x_n + \delta_n\left((1-\lambda_n)z_n + \lambda_n T_n z_n\right), \end{cases}$$

โดยที่ลำดับ $\{\tau_n\}, \{\gamma_n\}, \{\delta_n\}$ และ $\{\theta_n\}$ สอดคล้องกับเงื่อนไขดังนี้

(i) $0 \le \theta_n \le \theta_{n+1} \le 1$

(ii) $0 < \tau \le \tau_n \le \tau_{n+1} \le \dfrac{1}{2+\alpha} := \epsilon, \alpha > 0$

(iii) $0 < \gamma \le \gamma_n \le \rho < 1$

(iv) $0 < \delta \le \delta_n \le \delta_{n+1} \le \dfrac{1}{2+\beta} := \varepsilon, \beta > 0$

(v) $0 < \lambda \le \lambda_n \le \iota < 1$

จากวิธีการทำซ้ำใหม่ที่สร้างขึ้นดังกล่าว ถ้าลดเงื่อนไขบางอย่างลงจะครอบคลุมวิธีการทำซ้ำที่สามารถแก้ไขปัญหาข้างต้นได้เช่นกัน ดังนี้

1. ถ้า $\tau_n = 0$, $\delta_n = 0$ และ $T_n = T$ เลือกสมาชิก $x_0, x_1 \in \mathcal{H}$ และให้ x_{n+1} แล้ววิธีการทำซ้ำใหม่ที่สร้างขึ้นจะลดรูปเป็นวิธีการทำซ้ำ นิยามโดย

$$\begin{cases} w_n = x_n + \theta_n(x_n - x_{n-1}), \\ z_n = (1-\gamma_n)w_n + \gamma_n T w_n, \\ x_{n+1} = (1-\lambda_n)z_n + \lambda_n T z_n, \end{cases}$$

โดยที่ลำดับ $\{\gamma_n\}, \{\lambda_n\}$ และ $\{\theta_n\}$ สอดคล้องกับเงื่อนไขดังนี้

(i) $0 \le \theta_n \le \theta_{n+1} \le 1$

(ii) $0 < \gamma \le \gamma_n \le \rho < 1$

(iii) $0 < \lambda \le \lambda_n \le \iota < 1$

2. ถ้า $\tau_n = 0, \delta_n = 0$ และ $T_n = J^B_{r_n}(I - r_n A)$ เลือกสมาชิก $x_0, x_1 \in \mathcal{H}$ และให้ x_{n+1} แล้ววิธีการทำซ้ำใหม่ที่สร้างขึ้นจะลดรูปเป็นวิธีการทำซ้ำ นิยามโดย

$$\begin{cases} w_n = x_n + \theta_n(x_n - x_{n-1}), \\ z_n = (1-\gamma_n)w_n + \gamma_n J^B_{r_n}(w_n - r_n A(w_n)), \\ x_{n+1} = (1-\lambda_n)z_n + \lambda_n J^B_{r_n}(z_n - r_n A(z_n)), \end{cases}$$

โดยที่ลำดับ $\{r_n\}, \{\gamma_n\}, \{\lambda_n\}$ และ $\{\theta_n\}$ สอดคล้องกับเงื่อนไขดังนี้

(i) $0 \le \theta_n \le \theta_{n+1} \le 1$

(ii) $0 < \gamma \le \gamma_n \le \rho < 1$

(iii) $0 < \lambda \le \lambda_n \le \iota < 1$

(iv) $\liminf_{n\longrightarrow\infty} r_n \le \limsup_{n\longrightarrow\infty} r_n < 2L$

3. ถ้า $\tau_n = 0, \delta_n = 0$ และ $T_n = P_C(I - \varphi A)$ เลือกสมาชิก $x_0, x_1 \in \mathcal{H}$ และให้ x_{n+1} แล้ววิธีการทำซ้ำใหม่ที่สร้างขึ้นจะลดรูปเป็นวิธีการทำซ้ำ นิยามโดย

$$\begin{cases} w_n = x_n + \theta_n(x_n - x_{n-1}), \\ z_n = (1-\gamma_n)w_n + \gamma_n P_C(w_n - \varphi A w_n), \\ x_{n+1} = (1-\lambda_n)z_n + \lambda_n P_C(z_n - \varphi A z_n), \end{cases} \tag{5.2}$$

โดยที่ลำดับ $\{\tau_n\}, \{\gamma_n\}, \{\delta_n\}, \{\lambda_n\}$ และ $\{\theta_n\}$ สอดคล้องกับเงื่อนไขดังนี้

(i) $0 \le \theta_n \le \theta_{n+1} \le 1$

(ii) $0 < \gamma \le \gamma_n \le \rho < 1$

(iii) $0 < \lambda \le \lambda_n \le \iota < 1$

4. ถ้า $\tau_n = 0, \delta_n = 0$ และ $T_n = J^{\partial g}_{r_n}(I - r_n \nabla f)$ เลือกสมาชิก $x_0, x_1 \in \mathcal{H}$ และให้ x_{n+1} แล้ววิธีการทำซ้ำใหม่ที่สร้างขึ้นจะลดรูปเป็นวิธีการทำซ้ำ นิยามโดย

$$\begin{cases} w_n = x_n + \theta_n(x_n - x_{n-1}), \\ z_n = (1-\gamma_n)w_n + \gamma_n J^{\partial g}_{r_n}(w_n - r_n \nabla f(w_n)), \\ x_{n+1} = (1-\lambda_n)z_n + \lambda_n J^{\partial g}_{r_n}(z_n - r_n \nabla f(z_n)), \end{cases}$$

โดยที่ลำดับ $\{r_n\}, \{\gamma_n\}, \{\lambda_n\}$ และ $\{\theta_n\}$ สอดคล้องกับเงื่อนไขดังนี้

(i) $0 \le \theta_n \le \theta_{n+1} \le 1$

(ii) $0 < \gamma \leq \gamma_n \leq \rho < 1$

(iii) $0 < \lambda \leq \lambda_n \leq \iota < 1$

(iv) $\liminf_{n\longrightarrow\infty} r_n \leq \limsup_{n\longrightarrow\infty} r_n < 2L$

5. ถ้า $\tau_n = 0, \delta_n = 0$ และ $T_n = \text{prox}_{r_n g}(I - r_n\nabla f)$ เลือกสมาชิก $x_0, x_1 \in \mathcal{H}$ และให้ x_{n+1} แล้ววิธีการทำซ้ำใหม่ที่สร้างขึ้นจะลดรูปเป็นวิธีการทำซ้ำ นิยามโดย

$$\begin{cases} w_n = x_n + \theta_n(x_n - x_{n-1}), \\ z_n = (1-\gamma_n)w_n + \gamma_n \,\text{prox}_{r_n g}(w_n - r_n\nabla f(w_n)), \\ x_{n+1} = (1-\lambda_n)z_n + \lambda_n \,\text{prox}_{r_n g}(z_n - r_n\nabla f(z_n)), \end{cases}$$

โดยที่ลำดับ $\{r_n\}, \{\gamma_n\}, \{\lambda_n\}$ และ $\{\theta_n\}$ สอดคล้องกับเงื่อนไขดังนี้

(i) $0 \leq \theta_n \leq \theta_{n+1} \leq 1$

(ii) $0 < \gamma \leq \gamma_n \leq \rho < 1$

(iii) $0 < \lambda \leq \lambda_n \leq \iota < 1$

(iv) $\liminf_{n\longrightarrow\infty} r_n \leq \limsup_{n\longrightarrow\infty} r_n < 2L$

ข้อเสนอแนะ

จากการศึกษาวิธีการทำซ้ำเพื่อประมาณค่าหาผลเฉลยของปัญหาค่าเหมาะสมต่ำสุด รวมไปถึงปัญหาของอสมการการแปรผัน ปัญหาดุลยภาพ ในปริภูมิฮิลเบิร์ตวิธีการทำซ้ำใหม่เพื่อประมาณค่าหาผลเฉลยของปัญหาค่าเหมาะสมต่ำสุด รวมไปถึงปัญปัญหาของอสมการการแปรผัน ปัญหาดุลยภาพ ในปริภูมิฮิลเบิร์ตนั้นสามารถนำองค์ความรู้นี้ไปทำการวิจัยต่อในเรื่องการประมวลผลสัญญาณ ทฤษฎีเกม หรือ เศรษฐศาสตร์