บทที่ 1
บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญ

เป็นที่ทราบกันดีอยู่แล้วว่าทฤษฎีการส่งแบบหลายค่าเป็นการหาที่ดีที่สุดสำหรับการแก้ปัญหาการหาจุดตรึงซึ่งมีการประยุกต์ใช้ในทฤษฎีการควบคุมการเพิ่มประสิทธิภาพแบบคอนเวกซ์ สมการเชิงอนุพันธ์ และเศรษฐศาสตร์ในปี ค.ศ. 1969 Nadler (Nadler, 1969: 475-488) ได้ขยายการหดตัวของบานาคซึ่งเป็นที่รู้จักกันดีในการส่งหลายค่าซึ่งกลายเป็นแหล่งแรงบันดาลใจที่ดีสำหรับนักวิจัยที่ศึกษาทฤษฎีจุดตรึง มีนักวิจัยจำนวนไม่น้อยพยายามหลายครั้งที่จะขยายองค์ความรู้นี้ในปริภูมิอิงระยะทางและปริภูมิอื่น ๆ ซึ่งล่าสุด ในปี ค.ศ. 2015 Khojasteh และคณะ (Khojasteh et al., 2015: 1189-1194) ได้นำเสนอแนวคิดของการหดของ Z โดยใช้คลาสของฟังก์ชันการควบคุมที่เรียกว่าฟังก์ชันการจำลอง ในปี ค.ศ. 2016 Olgun และคณะ (Olgun et al., 2016: 832-837) ได้ผลลัพธ์จุดตรึงสำหรับการหดตัวทั่วไปของ □ นอกจากนี้ในปี ค.ศ. 2015 de-Hierro และคณะ (de-Hierro et al., 2015: 345-355) ได้ขยายชั้นฟังก์ชันจำลองสำหรับการเกิดขึ้นพร้อมกัน และได้พิสูจน์ทฤษฎีการเกิดขึ้นพร้อมกัน ในปี ค.ศ. 2012 Samet และคณะ (Samet et al., 2012: 2154-2165) ได้นำเสนอแนวคิดของ α-admissible ซึ่งเป็นแนวคิดมีความสำคัญมากกับทางด้านทฤษฎีจุดตรึง (fixed point) โดยแนวคิดของ α-admissible คือการขยายการหดตัวที่ยอมรับได้เนื่องจากไม่ต้องใช้เงื่อนไขการหดตัวหรือเงื่อนไขการหดตัวที่จะเก็บทุกคู่ของจุดในโดเมนโดยพิจารณาในปริภูมิเมตริกซึ่งแตกต่างจากการหดตัวของบานาคใช้เงื่อนไขในการขยายหดตัว นอกจากนี้ยังรวมถึงกรณีของการส่งผ่านแบบที่ไม่ต่อเนื่อง ขณะนี้มีงานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวข้องกับปัญหาจุดตรึงผ่านการส่งแบบ α-admissible มีจำนวนเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่องในปี ค.ศ. 2016 Karapinar (Karapinar, 2016: 2343-2350) ได้นำเสนอการหดตัวของ □ แบบ α-admissible และได้ขยายทฤษฎีของ Samet และ Khojasteh เมื่อเร็ว ๆ นี้ ในปี ค.ศ. 2018 Radenovic และ Chandok (Radenovic & Chandok, 2018: 141-147) ได้ขยายชั้นของฟังก์ชันจำลอง และขยายทฤษฎีของ de-Hierro และ Olgun ด้วยแรงจูงใจจากผลลัพธ์ของ Karapinar และ Radenovic ในงานวิจัยนี้เราขยายชั้นให้กว้างขึ้นสำหรับการส่งแบบหลายค่า และกำหนดการส่งแบบเกือบหลายค่าของ □ แบบ α-admissible และการส่งแบบเกือบหลายค่าของ□ แบบ α-admissible ทั่วไป

ซึ่งทฤษฎีจุดมีบทบาทสำคัญในหลาย ๆ ด้าน เช่นการหาคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์ สมการปริพันธ์ และอื่น ๆ ในปี ค.ศ. 1906 Maurice Frechet ได้แนะนำแนวคิดของ (H,ϖ) ปริภูมิเมตริกมาตรฐานเป็นเครื่องมือสำคัญในการวิเคราะห์เชิงฟังก์ชันและโทโพโลยีการหดตัวของ Banach หลักการเป็นหนึ่งในผลลัพธ์ที่สำคัญที่สุดของการวิเคราะห์เชิงฟังก์ชันและได้นำไปสู่การเก็งกำไรที่น่าทึ่งผู้เขียนหลายคนใช้หลักการของ Banach ซึ่งแนวคิดหลักของบทความนี้คือการใช้ฟังก์ชันการจำลองเพื่อเชื่อมโยงบางส่วนผลลัพธ์จุดตรึงตามที่กำหนดโดย ในปี ค.ศ. 2015 Khojasteh และคณะ (Khojasteh et al., 2015: 1189-1194) ในปี ค.ศ. 2012 Samet และคณะ (Samet et al., 2012: 2154-2165) ได้นำเสนอผลลัพธ์แบบจุดตรึงใหม่ของ $(\alpha-\Psi)$-contractive

ฟังก์ชัน ในปี ค.ศ. 2014 Popescu (Popescu, 2014: 1-12) ได้แนะนำแนวคิดของรูปสามเหลี่ยม α ฟังก์ชันที่ยอมรับได้ของวัฏจักร และแสดงผลลัพธ์จุดตรึงหลายจุดด้วยจากการหดตัว α -Geraghty ทั่วไป และ α -orbital แบบสามเหลี่ยมฟังก์ชันที่ยอมรับได้ในปี ค.ศ. 2015 Khojasteh และคณะแนะนำการหดตัวแบบ□ ซึ่งสรุปกฎการหดตัวของ Banach โดยการส่งประเภทต่าง ๆ ของการหดตัวไม่เชิงเส้น ในปี ค.ศ. 2016 Karapinar ได้แนะนำแนวคิดของ $\alpha -$□ การหดตัวที่ยอมรับได้โดยใช้ฟังก์ชันการจำลอง และกำหนดผลลัพธ์จุดตรึงด้วยสามเหลี่ยม α -orbital admissible การส่งในปริภูมิเมตริกที่สมบูรณ์ ในปี ค.ศ. 2018 Aydi และคณะ (Aydi, 2018: 10-24) พิสูจน์ผลลัพธ์จุดตรึงสำหรับการหดตัว □ ที่ยอมรับได้โดยใช้รูปสามเหลี่ยม α การส่งที่ยอมรับได้ของวัฏจักรในปริภูมิของกึ่งเมตริกที่สมบูรณ์ล่าสุด ในปี ค.ศ. 2015 Chandok และคณะ (Chandok, 2015: 194-202) แสดงให้เห็นผลลัพธ์บางส่วนผ่านการจำลองการส่งสำหรับฟังก์ชันการหดตัวแบบ Geraghty ในงานวิจัยนี้ ϖ ย่อมาจาก เมตริก และ (H,ϖ) หมายถึงปริภูมิเมตริก ต่อในปี ค.ศ. 2012 Samet และคณะ นำเสนอแนวคิดของฟังก์ชัน α -admissible และการส่งแบบหดตัว $(\alpha - \Psi)$ และกำหนดผลลัพธ์จุดตรึงสำหรับการส่ง

ทั้งนี้งานวิจัยไดศึกษาต้นกำเนิดของทฤษฎีจุดตรึงที่สามารถตรวจสอบผลแบบย้อนกลับได้ และท้ายศตวรรษที่ 19 มีการใช้การประมาณแบบซ้ำเพื่อสร้างการมีอยู่และเอกลักษณ์ของการแก้ปัญหาความแตกต่างของสมการและเป็นที่น่าสังเกตว่าหลักการหดตัวของ Banach ที่พัฒนาโดย Banach วิธีการนี้ได้รับการขยายสำหรับการส่งแบบเดี่ยว และการส่งแบบหลายค่าบนปริภูมิเมตริก ซึ่งวิธี Nadler ได้พัฒนาแนวคิดเรื่อง multivalued การส่งแบบหดตัวในปี ค.ศ. 1969 และได้กำหนดขึ้นว่ามีจุดตรึงในปริภูมิเมตริกทั้งหมด หลายทฤษฎีบทจุดตรึงได้ถูกจัดตั้งขึ้นโดยนักเขียนหลายคนเพื่อเป็นภาพรวมของทฤษฎีของแนดเลอร์

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อแนะนำแนวคิดของ □ $-$contraction แบบหลายค่าแบบทั่วไปที่มีหลายค่าควบคู่ไปกับฟังก์ชัน $\mathrm{C}-$class และ Suzuki multivalued แบบ multivalued
2. เพื่อสร้างทฤษฎีใหม่ของการลู่เข้าภายใต้เงื่อนไขที่เหมาะสำหรับการแก้ปัญหาจุดตรึง

ประโยชน์ของการวิจัย

ในงานวิจัยนี้เป็นวิจัยพื้นฐานที่สร้างองค์ความรู้ใหม่ให้กับผู้ที่ศึกษาเรื่องเกี่ยวกับทฤษฎีการลู่เข้าสำหรับการหดตัวแบบเกือบของห

ลายค่าผ่านฟังก์ชันการจำลองทั่วไปเพื่อใช้ในการค้นหาโดยใช้ทฤษฎีการลู่เข้า และประมาณค่าจุดตรึง (fixed point) ให้กับการส่งแบบต่าง ๆ ในปริภูมิเมตริกพร้อมนำผลที่ได้ ไปประยุกต์ใช้เกี่ยวกับการแก้ปัญหาในเรื่องของการหาผลเฉลยของอสมการการแปรผัน (variation inequality) ผลเฉลยของปัญหาเชิงดุลยภาพ (equilibrium problems) ซึ่งการศึกษาทฤษฎีเกี่ยวกับปัญหาดังกล่าวนั้นเป็นแบบจำลองพื้นฐาน และเครื่องมือที่สำคัญอย่างยิ่งในการศึกษาทฤษฎีการลู่เข้าซึ่งทฤษฎีดังกล่าวถือเป็นปัญหาหลักในการศึกษาทั้งในแง่ของวิทยาศาสตร์บริสุทธิ์(pure sciences) และวิทยาศาสตร์ประยุกต์ (applied sciences) อย่างเช่น ทางด้านกลศาสตร์(mechanics) ฟิสิกส์(physics) ทฤษฎี

ทางเศรษฐศาสตร์(economic Theory) การเงิน(finance) นิเวศวิทยา(ecology) เครือข่าย (network) ทฤษฎีเกี่ยวกับเกมส์(game theory) วิทยาศาสตร์เชิงวิศวกรรมศาสตร์(engineering science) เป็นต้น ซึ่งจะเห็นได้ว่างานวิจัยนี้ก่อให้เกิดประโยชน์ทางวิชาการอย่างมากต่อการศึกษาในโลกปัจจุบันซึ่งเกิดเป็นจุดเริ่มต้นของการศึกษาและเป็นผลให้นักคณิตศาสตร์ทั่วโลกได้ศึกษา และวิจัยอย่างแพร่หลาย

ขอบเขตการวิจัย

ในการวิจัยเรื่องนี้ คณะผู้วิจัยได้กำหนดขอบเขตการวิจัยออกเป็น 3 ด้าน คือ

ขอบเขตด้านเนื้อหา

การวิจัยเรื่องนี้ เป็นการวิจัยเพื่อสร้างการส่งแบบหลายค่าที่ได้รับการพัฒนาใหม่โดยใช้ $\alpha-$admissible และการส่งหลายค่าที่ดีที่สุดสำหรับการแก้ปัญหาจุดตรึง

ขอบเขตด้านสถานที่

การวิจัยเรื่องนี้คณะผู้วิจัยได้ใช้อาคาร 39 คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

ขอบเขตด้านระยะเวลา

การวิจัยเรื่องนี้ คณะผู้วิจัยใช้เวลาตั้งแต่เริ่มโครงการจนสิ้นสุดโครงการเป็นเวลา 1 ปี เริ่มตั้งแต่วันที่ได้รับอนุมัติจากสถาบันวิจัยและพัฒนา มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. กำหนดให้ $\zeta:[0,\infty)\times[0,\infty)\to\mathbb{R}$ เป็นการส่ง แล้วเรียก ζ ว่าฟังชันก์จำลองถ้าเป็นไปตามเงื่อนไขต่อไปนี้

   $(\zeta 1)$: $\zeta(0,0)=0;$

   $(\zeta 2)$: $\zeta(v,u)<u-v$ สำหรับทุก $u,v>0;$

   $(\zeta 3)$: ถ้า $\{v_n\},\{u_n\}$ เป็นลำดับใน $(0,\infty)$ โดยที่ $\lim_{n\to\infty} v_n=\lim_{n\to\infty} u_n>0$

   แล้ว $\limsup_{n\to\infty}\zeta(v_n,u_n)<0$

2. ฟังก์ชันการจำลอง คือ การส่ง $\zeta:[0,\infty)\times[0,\infty)\to\mathbb{R}$ ถ้าเป็นไปตามเงื่อนไขต่อไปนี้

   $(\zeta 1)$: $\zeta(v,u)<u-v,\ u,v>0;$

   $(\zeta 2)$: ถ้า $\{v_n\},\{u_n\}$ เป็นลำดับใน $(0,\infty)$ โดยที่ $\lim_{n\to\infty} v_n=\lim_{n\to\infty} u_n>0$ และ $v_n<u_n$

   แล้ว $\limsup_{n\to\infty}\zeta(v_n,u_n)<0$

3. กำหนดให้ (Y,d) เป็นปริภูมิเมตริก, $\Omega:\mathrm{Y}\to\mathrm{Y}$ เป็นการส่ง และ $\zeta\in\mathcal{Z}$ แล้วเรียก Ω ว่าการหดตัวแบบ $\mathcal{Z}$ ทั่วไป (generalized $\mathcal{Z}$-contraction) เมื่อเทียบกับ ζ ถ้า

$$\zeta(d(\Omega\omega,\Omega\rho).\Theta(\omega,\rho))\geq 0 \text{ สำหรับทุก } \omega,\rho\in\mathrm{Y},$$

โดยที่

$$\Theta(\omega,\rho)=\max\{d(\omega,\rho),d(\omega,\Omega\omega),d(\rho,\Omega\rho),\frac{d(\omega,\Omega\rho)+d(\rho,\Omega\omega)}{2}\}$$

4. กำหนดให้ (Y,d) เป็นปริภูมิเมตริก, $\Omega:\mathrm{Y}\to\mathrm{Y}$ เป็นการส่ง และ $\zeta\in$□ แล้วเรียก Ω ว่าการหดตัวแบบ □ แบบ Suzuki ทั่วไป (generalized Suzuki type □ -contraction) เมื่อเทียบกับ ζ ถ้า

$$\frac{1}{2}(d(\omega,\Omega\omega)<d(\omega,\rho)\Rightarrow\zeta(d(\Omega\omega,\Omega\rho),\Theta(\omega,\rho))\geq 0,$$ สำหรับทุกความแตกต่าง $\omega,\rho\in\mathrm{Y}$,

โดยที่

$$\Theta(\omega,\rho)=\max\{d(\omega,\rho),d(\omega,\Omega\omega),d(\rho,\Omega\rho),\frac{d(\omega,\Omega\rho)+d(\rho,\Omega\omega)}{2}\}$$

สมมติฐานการวิจัย

การสร้างและพัฒนาการส่งแบบหลายค่านั้นต้องมีลักษณะการใช้งานง่ายไม่ซับซ้อนตลอดจนมีทฤษฎีการลู่เข้าเพื่อยืนยันการมีคำตอบ