

## บทที่ 5

### สรุปผล อภิปรายผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ

#### สรุปผลการวิจัย

ในงานวิจัยนี้ เราศึกษาการมีอยู่ของจุดตรึงสำหรับการส่งแบบหลายค่าแบบวัฏจักรในปริภูมิเมตริก  $d_{qb}$  ที่สมบูรณ์ ซึ่งเผยให้เห็นผลลัพธ์ที่สำคัญ 3 ประการเหล่านี้

1. กำหนดให้  $A$  และ  $B$  เซตย่อยแบบปิดที่ไม่เป็นเซตว่างของปริภูมิเมตริกที่สมบูรณ์  $(X, d, s)$  สมมติให้  $T: A \cup B \rightarrow CB(X)$  คือการส่งแบบวัฏจักรหลายค่า (Cyclic multi-valued mapping) มีค่าคงที่  $a \in (0, 1)$  กับ  $Sa < 1$  โดยที่

$$H(Tx, Ty) \leq ad(x, y)$$

สำหรับทุก  $x \in A, y \in B$  แล้ว  $T$  มีจุดตรึงอย่างน้อยหนึ่งจุดใน  $A \cap B$

2. กำหนดให้  $A$  และ  $B$  เซตย่อยแบบปิดที่ไม่เป็นเซตว่างของปริภูมิเมตริกที่สมบูรณ์  $(X, d, s)$  สมมติให้  $T: A \cup B \rightarrow CB(X)$  คือการส่งแบบวัฏจักรหลายค่า (Cyclic multi-valued mapping) มีค่าคงที่  $a \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$  กับ  $Sb < \frac{1}{2}$  โดยที่

$$H(Tx, Ty) \leq b[d(x, Tx) + d(y, Ty)]$$

สำหรับทุก  $x \in A, y \in B$  แล้ว  $T$  มีจุดตรึงอย่างน้อยหนึ่งจุดใน  $A \cap B$

3. กำหนดให้  $A$  และ  $B$  เซตย่อยแบบปิดที่ไม่เป็นเซตว่างของปริภูมิเมตริกที่สมบูรณ์  $(X, d, 1)$  และ  $T$  การส่งแบบหลายค่าแบบวัฏจักรด้วยค่าที่ปิดและขอบเขต นั่นคือ มีค่าคงที่  $a \in [0, 1)$  โดยที่

$$H(Tx, Ty) \leq ad(x, y)$$

สำหรับทุก  $x \in A, y \in B$  แล้ว  $T$  เป็นจุดตรึงอย่างน้อยหนึ่งจุดใน  $A \cap B$

#### อภิปรายผล

เราสามารถพิสูจน์ผลลัพธ์ของจุดตรึงสำหรับการส่งแบบหลายค่าแบบวัฏจักรซึ่งตอบสนองการหดตัวของบานาค และการส่งแบบ Kannan ในปริภูมิเมตริก  $d_{qb}$  ที่สมบูรณ์ สามารถพัฒนาวิธีการพิสูจน์สำหรับการตรวจสอบเพิ่มเติมในปริภูมิทั่วไปเพิ่มเติม

#### ข้อเสนอแนะ

การพัฒนาทฤษฎีใหม่ของทฤษฎีจุดตรึงจำเป็นต้องพัฒนาเงื่อนไขเพื่อให้สอดคล้องกับประเภทการหดตัวแบบต่าง ๆ เพื่อให้เหมาะสมกับประเภทของการหดตัวนั้น ๆ