บทที่ 4

ผลการวิจัย

ผลการวิจัย

บทตั้ง 4.1 ให้ $\mathcal{C}$ เป็นเซตย่อยที่ไม่ใช่เซตว่าง ปิด คอนเวกซ์ของปริภูมิบานาคคอนเวกซ์เอกรูป $\mathcal{X}$ และให้ $\mathcal{T}:\mathcal{C}\longrightarrow\mathcal{C}$ เป็นการส่งที่สอดคล้องกับเงื่อนไข $(\mathcal{E})$ ซึ่ง $\mathcal{F}(\mathcal{T})\neq\emptyset$ สำหรับทุก $n\geq 1,\ \eta_0\in\mathcal{C}$ ลำดับ $\{\eta_n\}$ ที่ก่อกำเนิดโดย (1.2) แล้วมี $\lim\limits_{n\longrightarrow\infty}\|\eta_n-v\|$ สำหรับทุก $v\in\mathcal{F}(\mathcal{T})$

พิสูจน์ ให้ $v\in\mathcal{F}(\mathcal{T})$ และ $\eta_n,\zeta_n,\vartheta_n\in\mathcal{C}$ เนื่องจาก $\mathcal{T}$ เป็นการส่งที่สอดคล้องกับเงื่อนไข $(\mathcal{E})$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
&\|\mathcal{T}\eta_n-v\|\leq\mu\|\mathcal{T}v-v\|+\|\eta_n-v\|,\\
&\|\mathcal{T}\zeta_n-v\|\leq\mu\|\mathcal{T}v-v\|+\|\zeta_n-v\|,\\
&\|\mathcal{T}\vartheta_n-v\|\leq\mu\|\mathcal{T}v-v\|+\|\vartheta_n-v\|
\end{aligned}\tag{4.1}$$

ส่งผลให้

$$\begin{aligned}
&\|\zeta_n-v\|\\
&=\|\mathcal{T}((1-\iota_n)\eta_n+\iota_n\mathcal{T}\eta_n)-v\|\\
&\leq\|(1-\iota_n)\eta_n+\iota_n\mathcal{T}\eta_n-v\|\\
&\leq(1-\iota_n)\|\eta_n-v\|+\iota_n\|\mathcal{T}\eta_n-v\|\\
&\leq(1-\iota_n)\|\eta_n-v\|+\iota_n[\mu\|\mathcal{T}v-v\|+\|\eta_n-v\|]\\
&=(1-\iota_n)\|\eta_n-v\|+\iota_n\|\eta_n-v\|\\
&=\|\eta_n-v\|
\end{aligned}\tag{4.2}$$

จาก (4.2) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
&\|\vartheta_n-v\|\\
&=\|\mathcal{T}((1-\tau_n)\zeta_n+\tau_n\mathcal{T}\zeta_n)-v\|\\
&\leq\|(1-\tau_n)\zeta_n+\tau_n\mathcal{T}\zeta_n-v\|\\
&\leq(1-\tau_n)\|\zeta_n-v\|+\tau_n\|\mathcal{T}\zeta_n-v\|\\
&\leq(1-\tau_n)\|\zeta_n-v\|+\tau_n[\mu\|\mathcal{T}v-v\|+\|\zeta_n-v\|]
\end{aligned}\tag{4.3}$$

$$
\begin{aligned}
&= \|\zeta_n - v\| \\
&\leq \|\eta_n - v\| \qquad (4.4)
\end{aligned}
$$

ในทำนองเดียวกัน จาก (4.4) จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
&\|\eta_{n+1} - v\| \\
&= \|\mathcal{T}((1-\sigma_n)\vartheta_n + \sigma_n \mathcal{T}\vartheta_n) - v\| \\
&\leq \|(1-\sigma_n)\vartheta_n + \sigma_n \mathcal{T}\vartheta_n - v\| \\
&\leq (1-\sigma_n)\|\vartheta_n - v\| + \sigma_n\|\mathcal{T}\vartheta_n - v\| \\
&\leq (1-\sigma_n)\|\vartheta_n - v\| + \sigma_n[\mu\|\mathcal{T}v - v\| + \|\vartheta_n - v\|] \\
&= \|\vartheta_n - v\| \\
&\leq \|\eta_n - v\| \qquad (4.5)
\end{aligned}
$$

นั่นคือ สำหรับทุก $v \in \mathcal{F}(\mathcal{T})$ ลำดับ $\{\|\eta_n - v\|\}$ มีขอบเขต และไม่เพิ่ม ทำให้มี $\lim_{n\longrightarrow\infty} \|\eta_n - v\|$

ทฤษฎีบท 4.2 ให้ $\mathcal{C}$ เป็นเซตย่อยที่ไม่ใช่เซตว่าง ปิด คอนเวกซ์ของปริภูมิบานาคคอนเวกซ์เอกรูป $\mathcal{X}$ และให้ $\mathcal{T} : \mathcal{C} \longrightarrow \mathcal{C}$ เป็นการส่งที่สอดคล้องกับเงื่อนไข $(\mathcal{E})$ สำหรับทุก $n \geq 1,\ \eta_0 \in \mathcal{C}$ ลำดับ $\{\eta_n\}$ ที่ก่อกำเนิดโดย (1.2) เมื่อ $\{\iota_n\},\ \{\tau_n\},\ \{\sigma_n\}$ เป็นลำดับใน $[0,1]$ ซึ่ง

$$0 < a \leq \iota_n,\ \tau_n,\ \sigma_n \leq b < 1$$

แล้ว $\mathcal{F}(\mathcal{T}) \neq \emptyset$ ก็ต่อเมื่อ $\lim_{n\longrightarrow\infty} \|\mathcal{T}\eta_n - \eta_n\| = 0$

พิสูจน์ สมมติให้ $\mathcal{F}(\mathcal{T}) \neq \emptyset$ และ $v \in \mathcal{F}(\mathcal{T})$ ซึ่งโดยบทตั้ง 4.1 ทำให้มี $\lim_{n\longrightarrow\infty} \|\eta_n - v\|$ และลำดับ $\{\eta_n\}$ มีขอบเขต กำหนดให้

$$\lim_{n\longrightarrow\infty} \|\eta_n - v\| = \lambda \geq 0 \qquad (4.6)$$

จาก (4.2) และ (4.6) จะได้ว่า

$$\limsup_{n\longrightarrow\infty} \|\zeta_n - v\| \leq \limsup_{n\longrightarrow\infty} \|\eta_n - v\| = \lambda \qquad (4.7)$$

จาก (4.1) จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
&\limsup_{n\longrightarrow\infty} \|\mathcal{T}\eta_n - v\| \\
&\leq \limsup_{n\longrightarrow\infty} \mu\|\mathcal{T}v - v\| + \limsup_{n\longrightarrow\infty} \|\eta_n - v\| \\
&= \limsup_{n\longrightarrow\infty} \|\eta_n - v\| = \lambda \qquad (4.8)
\end{aligned}
$$

จาก (4.4) และ (4.6) จะได้ว่า

$$\limsup_{n\longrightarrow\infty} \|\vartheta_n - v\| \leq \limsup_{n\longrightarrow\infty} \|\eta_n - v\| = \lambda \tag{4.9}$$

จาก (4.1) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
&\limsup_{n\longrightarrow\infty} \|\mathcal{T}\vartheta_n - v\| \\
&\leq \limsup_{n\longrightarrow\infty} \mu\|\mathcal{T}v - v\| + \limsup_{n\longrightarrow\infty} \|\vartheta_n - v\| \\
&\leq \limsup_{n\longrightarrow\infty} \|\eta_n - v\| = \lambda
\end{aligned} \tag{4.10}$$

จาก (4.5) จะได้ว่า

$$\|\eta_{n+1} - v\| \leq \|\vartheta_n - v\|$$

ดังนั้น

$$\lambda \leq \liminf_{n\longrightarrow\infty} \|\vartheta_n - v\| \tag{4.11}$$

จาก (4.9) และ (4.11) จะได้ว่า

$$\lambda = \lim_{n\longrightarrow\infty} \|\vartheta_n - v\| \tag{4.12}$$

จาก (4.4) จะได้ว่า

$$\|\vartheta_n - v\| \leq \|\zeta_n - v\|$$

และ

$$\lambda \leq \liminf_{n\longrightarrow\infty} \|\zeta_n - v\| \tag{4.13}$$

จาก (4.7) และ (4.13) จะได้ว่า

$$\lambda = \lim_{n\longrightarrow\infty} \|\zeta_n - v\| \tag{4.14}$$

จาก (4.14), (4.6) และ (4.8) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\lambda &= \lim_{n\longrightarrow\infty} \|\zeta_n - v\| \\ &= \lim_{n\longrightarrow\infty} \|\mathcal{T}((1-\iota_n)\eta_n + \iota_n\mathcal{T}\eta_n) - v\| \\ &\le \lim_{n\longrightarrow\infty} \|(1-\iota_n)\eta_n + \iota_n\mathcal{T}\eta_n - v\| \\ &\le (1-\iota_n)\lim_{n\longrightarrow\infty} \|\eta_n - v\| + \iota_n \lim_{n\longrightarrow\infty} \|\mathcal{T}\eta_n - v\| \\ &= \lambda\end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\lambda = \lim_{n\longrightarrow\infty} \|\mathcal{T}((1-\iota_n)\eta_n + \iota_n\mathcal{T}\eta_n) - v\| \tag{4.15}$$

จากบทตั้ง 2.4 จะได้ว่า

$$\lim_{n\longrightarrow\infty} \|\mathcal{T}\eta_n - \eta_n\| = 0 \tag{4.16}$$

สมมติให้ลำดับ $\{\eta_n\}$ มีขอบเขต และ $\lim_{n\longrightarrow\infty} \|\mathcal{T}\eta_n - \eta_n\| = 0$ ให้ $\mathcal{A}(\mathcal{C}, \{\eta_n\})$ โดย (4.1) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}r(\mathcal{T}v, \{\eta_n\}) &= \limsup_{n\longrightarrow\infty} \|\eta_n - \mathcal{T}v\| \\ &\le \limsup_{n\longrightarrow\infty} (\mu\|\mathcal{T}\eta_n - \eta_n\| + \|\eta_n - v\|) \\ &\le \limsup_{n\longrightarrow\infty} \|\eta_n - v\| \\ &= r(v, \{\eta_n\})\end{aligned}$$

นั่นคือ $\mathcal{T}v \in \mathcal{A}(\mathcal{C}, \{\eta_n\})$ เนื่องจาก $\mathcal{X}$ เป็นคอนเวกซ์เอกรูปและเป็นเซตที่มีสมาชิกเพียงหนึ่งตัว ทำให้ได้ว่า $\mathcal{T}v = v$ ดังนั้น $\mathcal{F}(\mathcal{T}) \neq \emptyset$

ทฤษฎีบท 4.3 ให้ $\mathcal{C}$ เป็นเซตย่อยที่ไม่ใช่เซตว่าง ปิด คอนเวกซ์ของปริภูมิบานาคคอนเวกซ์เอกรูป $\mathcal{X}$ มีสมบัติ Opial และให้ $\mathcal{T} : \mathcal{C} \longrightarrow \mathcal{C}$ เป็นการส่งที่สอดคล้องกับเงื่อนไข $(\mathcal{E})$ สำหรับทุก $n \ge 1$, $\eta_0 \in \mathcal{C}$ ลำดับ $\{\eta_n\}$ ที่ก่อกำเนิดโดย (1.2) เมื่อ $\{\iota_n\}, \{\tau_n\}, \{\sigma_n\}$ เป็นลำดับใน $[0,1]$ ซึ่ง

$$0 < a \le \iota_n, \tau_n, \sigma_n \le b < 1$$

แล้วลำดับ $\{\eta_n\}$ ลู่เข้าแบบอ่อนสู่จุดตรึงของ $\mathcal{T}$

พิสูจน์ ให้ $\mathcal{F}(\mathcal{T}) \neq \emptyset$ ทำให้ได้ว่าลำดับ $\{\eta_n\}$ มีขอบเขต และ $\lim_{n\longrightarrow\infty} \|\mathcal{T}\eta_n - \eta_n\| = 0$ เนื่องจาก $\mathcal{X}$ เป็นคอนเวกซ์เอกรูป ทำให้มีลำดับย่อย $\{\eta_{n_j}\}$ ของ $\{\eta_n\}$ ซึ่งลู่เข้าแบบอ่อนสู่บาง $\omega \in \mathcal{X}$ เนื่องจาก $\mathcal{C}$ เป็นเซตย่อย ปิด และคอนเวกซ์ จะได้ว่า $\omega \in \mathcal{C}$ และ $\omega \in \mathcal{F}(\mathcal{T})$ โดยบทตั้ง 2.1 ทำให้ได้ว่าลำดับ $\{\eta_n\}$ ลู่เข้าแบบอ่อนสู่ ω ส่งผลให้ลำดับย่อย $\{\eta_{n_k}\}$ ของ $\{\eta_n\}$ ซึ่ง $\{\eta_{n_k}\}$ ลู่เข้าแบบอ่อนสู่ $\varpi \in \mathcal{C}$ และ $\omega \neq \varpi$ โดย

บทตั้ง 2.1 มี $\varpi \in \mathcal{F}(\mathcal{T})$ เนื่องจากมี $\lim_{n \longrightarrow \infty} \|\eta_n - v\|$ สำหรับ $v \in \mathcal{F}(\mathcal{T})$ และโดยบทตั้ง 4.1 และสมบัติ Opial จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
\lim_{n \longrightarrow \infty} \|\eta_n - \omega\| &= \lim_{j \longrightarrow \infty} \|\eta_{n_j} - \omega\| \leq \lim_{j \longrightarrow \infty} \|\eta_{n_j} - \varpi\| \\
&= \lim_{n \longrightarrow \infty} \|\eta_n - \varpi\| = \lim_{k \longrightarrow \infty} \|\eta_{n_k} - \varpi\| \\
&< \lim_{k \longrightarrow \infty} \|\eta_{n_k} - \omega\| = \lim_{n \longrightarrow \infty} \|\eta_n - \omega\|
\end{aligned}$$

ซึ่งเกิดข้อขัดแย้ง ดังนั้น $\omega = \varpi$ นี้หมายความว่าลำดับ $\{\eta_n\}$ ลู่เข้าแบบอ่อนสู่จุดตรึงของ $\mathcal{T}$

ทฤษฎีบท 4.4 ให้ $\mathcal{C}$ เป็นเซตย่อยที่ไม่ใช่เซตว่าง ปิด คอนเวกซ์ กระชับของปริภูมิบานาคคอนเวกซ์เอกรูป $\mathcal{X}$ และให้ $\mathcal{T} : \mathcal{C} \longrightarrow \mathcal{C}$ เป็นการส่งที่สอดคล้องกับเงื่อนไข $(\mathcal{E})$ สำหรับทุก $n \geq 1$, $\eta_0 \in \mathcal{C}$ ลำดับ $\{\eta_n\}$ ที่ก่อกำเนิดโดย (1.2) เมื่อ $\{\iota_n\}$, $\{\tau_n\}$, $\{\sigma_n\}$ เป็นลำดับใน $[0, 1]$ ซึ่ง

$$0 < a \leq \iota_n, \tau_n, \sigma_n \leq b < 1$$

แล้วลำดับ $\{\eta_n\}$ ลู่เข้าแบบเข้มสู่จุดตรึงของ $\mathcal{T}$

พิสูจน์ จาก $\mathcal{F}(\mathcal{T}) \neq \emptyset$ ตามบทตั้ง 2.1 ทำให้ได้ว่า $\lim_{n \longrightarrow \infty} \|\mathcal{T}\eta_n - \eta_n\| = 0$ เนื่องจากทฤษฎีบท 4.2 และ $\mathcal{C}$ เป็นเซตย่อยกระชับ ทำให้มีลำดับย่อย $\{\eta_{n_k}\}$ ของ $\{\eta_n\}$ ซึ่ง $\{\eta_{n_k}\}$ ลู่เข้าแบบเข้มสู่ v สำหรับบาง $v \in \mathcal{C}$ เนื่องจาก $\mathcal{T}$ เป็นการส่งที่สอดคล้องกับเงื่อนไข $(\mathcal{E})$ สำหรับ $n \geq 1$ จะได้ว่า

$$\|\eta_{n_k} - \mathcal{T}v\| \leq \mu\|\mathcal{T}\eta_{n_k} - v\| + \|\eta_{n_k} - v\|$$

เมื่อ $k \longrightarrow \infty$ จะได้ว่า $\mathcal{T}v = v$ นั่นคือ $v \in \mathcal{F}(\mathcal{T})$ โดยบทตั้ง 4.1 มี $\lim_{n \longrightarrow \infty} \|\eta_n - v\|$ สำหรับทุก $v \in \mathcal{F}(\mathcal{T})$ ดังนั้น $\{\eta_n\}$ ลู่เข้าแบบเข้มสู่ v

Senter & Dotson (Senter, & Dotson, 1974 : 375-380) ได้นำเสนอการส่งที่สอดคล้องกับเงื่อนไข $(\mathcal{I})$ ซึ่งนิยามดังนี้

ถ้ามีฟังก์ชัน $f : [0, \infty) \longrightarrow [0, \infty)$ ซึ่ง $f(0) = 0$ และ $f(u) > 0$ สำหรับทุก $u > 0$ จะได้ว่า $\|\rho - \mathcal{T}\rho\| \geq f(\text{dist}(\rho, \mathcal{F}(\mathcal{T}))$ สำหรับทุก $\rho \in \mathcal{C}$ เมื่อ $\text{dist}(\rho, \mathcal{F}(\mathcal{T})) = \inf_{v \in \mathcal{F}(\mathcal{T})} \|\rho - v\|$ และ $\mathcal{T} : \mathcal{C} \longrightarrow \mathcal{C}$

ลำดับต่อไปจะใช้เงื่อนไข $(\mathcal{I})$ เพื่อแสดงทฤษฎีบทการลู่เข้าแบบเข้มดังนี้

ทฤษฎีบท 4.5 ให้ $\mathcal{C}$ เป็นเซตย่อยที่ไม่ใช่เซตว่าง ปิด คอนเวกซ์ของปริภูมิบานาคคอนเวกซ์เอกรูป $\mathcal{X}$ และให้ $\mathcal{T} : \mathcal{C} \longrightarrow \mathcal{C}$ เป็นการส่งที่สอดคล้องกับเงื่อนไข $(\mathcal{E})$ ซึ่ง $\mathcal{F}(\mathcal{T}) \neq \emptyset$ สำหรับทุก $n \geq 1$, $\eta_0 \in \mathcal{C}$ ลำดับ $\{\eta_n\}$ ที่ก่อกำเนิดโดย (1.2) เมื่อ $\{\iota_n\}$, $\{\tau_n\}$, $\{\sigma_n\}$ เป็นลำดับใน $[0,1]$ ซึ่ง

$$0 < a \leq \iota_n,\, \tau_n,\, \sigma_n \leq b < 1$$

ถ้า $\mathcal{T}$ เป็นการส่งที่สอดคล้องกับเงื่อนไข $(\mathcal{I})$ แล้วลำดับ $\{\eta_n\}$ ลู่เข้าแบบเข้มสู่จุดตรึงของ $\mathcal{T}$

พิสูจน์ โดยบทตั้ง 4.1 ทำให้มี $\lim\limits_{n\longrightarrow\infty} \|\eta_n - v\|$ สำหรับทุก $v \in \mathcal{F}(\mathcal{T})$ และมี $\lim\limits_{n\longrightarrow\infty} d(\eta_n, \mathcal{F}(\mathcal{T}))$ สมมติให้ $\lim\limits_{n\longrightarrow\infty} \|\eta_n - v\|$ สำหรับบาง $u \geq 0$ ถ้า $u = 0$ แล้วจะได้ผลลัพธ์ตามที่ต้องการ จึงต้องพิจารณา $u > 0$ จากสมมติฐานและเงื่อนไข $(\mathcal{I})$

$$f(\text{dist}(\eta_n, \mathcal{F}(\mathcal{T}))) \leq \|\mathcal{T}\eta_n - \eta_n\| \tag{4.17}$$

เนื่องจาก $\mathcal{F}(\mathcal{T}) \neq \emptyset$ และโดยทฤษฎีบท 4.2 จะได้ว่า $\lim\limits_{n\longrightarrow\infty} \|\mathcal{T}\eta_n - \eta_n\| = 0$ ดังนั้น จาก (4.17) จะได้ว่า

$$\lim_{n\longrightarrow\infty} f(\text{dist}(\eta_n, \mathcal{F}(\mathcal{T}))) = 0 \tag{4.18}$$

เนื่อง f เป็นฟังก์ชันไม่ลดและตาม (4.18) จะได้ว่า $\lim\limits_{n\longrightarrow\infty} \text{dist}(\eta_n, \mathcal{F}(\mathcal{T})) = 0$ ดังนั้น จะมีลำดับย่อย $\{\eta_{n_k}\}$ ของ $\{\eta_n\}$ และลำดับ $\{\vartheta_n\}$ ซึ่ง

$$\|\eta_{n_k} - \vartheta_k\| \leq \frac{1}{2^k} \quad \text{for all} \;\; k \in \mathbb{N}$$

โดย (4.5) จะได้ว่า

$$\|\eta_{n_{k+1}} - \vartheta_k\| \leq \|\eta_{n_k} - \vartheta_k\| \leq \frac{1}{2^k}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}
\|\vartheta_{n_{k+1}} - \vartheta_k\| &\leq \|\vartheta_{n_{k+1}} - \eta_{n_{k+1}}\| + \|\eta_{n_{k+1}} - \vartheta_k\| \\
&\leq \frac{1}{2^{k+1}} + \frac{1}{2^k} \\
&< \frac{1}{2^{k-1}} \longrightarrow 0 \quad \text{as} \quad k \longrightarrow \infty
\end{aligned}$$

แสดงว่า $\{\vartheta_n\}$ เป็นลำดับโคชีใน $\mathcal{F}(\mathcal{T})$ จึงส่งผลให้ลำดับลู่เข้าสู่ v เนื่องจาก $\mathcal{F}(\mathcal{T})$ เป็นเซตปิด ซึ่งมี $v \in \mathcal{F}(\mathcal{T})$ ทำให้ได้ว่า $\{\eta_{n_k}\}$ ลู่เข้าแบบเข้มสู่ v เนื่องจากมี $\lim\limits_{n\longrightarrow\infty} \|\eta_n - v\|$ จึงทำให้ได้ว่า $\eta_n \longrightarrow v \in \mathcal{F}(\mathcal{T})$

ตัวอย่างที่ 4.1 ให้ $\mathcal{E} = (-\infty, \infty)$ พร้อมด้วยนอร์มปกติ และ $\mathcal{C} = [1, 10]$ นิยามการส่ง $\mathcal{T}$ บน $\mathcal{C}$ สอดคล้องกับเงื่อนไข $(\mathcal{E})$ ด้วย $\mu = 3$ ดังนี้

$$\mathcal{T}\eta = \frac{2\eta + 5}{3}.$$

เห็นได้ว่า

$$|\mathcal{T}\eta - \delta| \leq 3|\mathcal{T}\delta - \delta| + |\eta - \delta| \quad \text{สำหรับทุก } \eta, \delta \in \mathcal{C}$$

ในความจริง

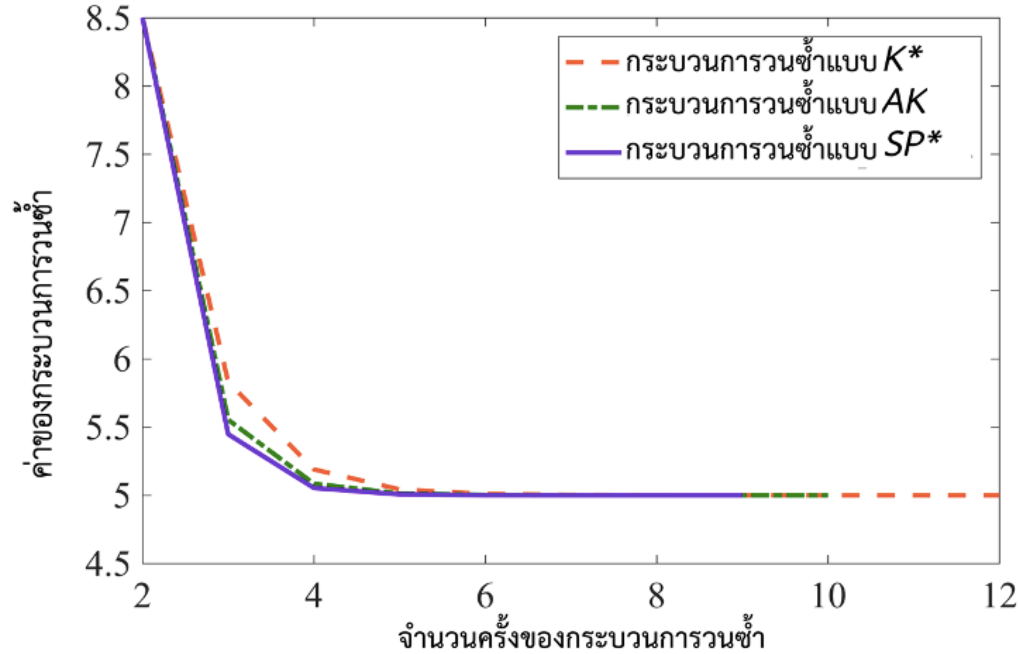
$$\begin{aligned} |\mathcal{T}\eta - \delta| &\leq |\delta - \mathcal{T}\delta| + |\mathcal{T}\delta - \mathcal{T}\eta| \\ &\leq |\delta - \mathcal{T}\delta| + \left| \frac{2\delta + 5}{3} - \frac{2\eta + 5}{3} \right| \\ &= |\delta - \mathcal{T}\delta| + \frac{2}{3}|\eta - \delta| \\ &\leq 3|\mathcal{T}\delta - \delta| + |\eta - \delta| \end{aligned}$$

สามารถสรุปได้ว่า $\mathcal{T}$ สอดคล้องกับเงื่อนไข $(\mathcal{E})$ โดยใช้ค่าเริ่มต้นเป็น $\eta_1 = 8.5$ และเกณฑ์การหยุด คือ $|\eta_n - 5| < 10^{-6}$ ในการกำหนดค่าการวนซ้ำของกระบวนการวนซ้ำแบบ K^*, กระบวนการวนซ้ำแบบ AK และกระบวนการวนซ้ำแบบ SP^* โดยเลือก $\iota_n = \frac{8n}{9n+1}$, $\tau_n = \frac{9n}{10n+1}$ และ $\sigma_n = \frac{7n}{8n+1}$ ซึ่งมีผลแสดงในตารางที่ 4.1 และภาพที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 แสดงการเปรียบเทียบค่าของกระบวนการวนซ้ำ

ครั้งที่	กระบวนวนซ้ำแบบ K^*	กระบวนวนซ้ำแบบ AK	กระบวนวนซ้ำแบบ SP^*
1	8.500000	8.500000	8.500000
2	5.829630	5.553086	5.446939
3	5.189445	5.084198	5.053214
4	5.042681	5.012646	5.006173
5	5.009549	5.001886	5.000706
6	5.002127	5.000280	5.000080
7	5.000473	5.000041	5.000009
8	5.000105	5.000006	5.000001
9	5.000023	5.000006	5.000000
10	5.000005	5.000000	5.000000
11	5.000001	5.000000	5.000000
12	5.000000	5.000000	5.000000

จากตารางที่ 4.1 เห็นได้ว่ากระบวนการวนซ้ำแบบ SP^* และกระบวนการวนซ้ำแบบ AK มีประสิทธิภาพในการคำนวณเร็วกว่ากระบวนการวนซ้ำแบบ K^*



ภาพที่ 4.1 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าของกระบวนการวนซ้ำในตารางที่ 4.1