บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผลและข้อเสนอแนะ

สรุปผล

ผลจากการวิจัยนี้ได้บรรลุวัตถุประสงค์ของโครงการวิจัยโดยได้บทตั้งและทฤษฎีบทดังนี้

บทตั้ง 5.1 ให้ $\mathcal{C}$ เป็นเซตย่อยที่ไม่ใช่เซตว่าง ปิด คอนเวกซ์ของปริภูมิบานาคคอนเวกซ์เอกรูป $\mathcal{X}$ และให้ $\mathcal{T}:\mathcal{C}\longrightarrow\mathcal{C}$ เป็นการส่งที่สอดคล้องกับเงื่อนไข $(\mathcal{E})$ ซึ่ง $\mathcal{F}(\mathcal{T})\neq\emptyset$ สำหรับทุก $n\geq 1,\ \eta_0\in\mathcal{C}$ ลำดับ $\{\eta_n\}$ ที่ก่อกำเนิดโดย (1.2) แล้วมี $\lim\limits_{n\longrightarrow\infty}\|\eta_n-v\|$ สำหรับทุก $v\in\mathcal{F}(\mathcal{T})$

ทฤษฎีบท 5.2 ให้ $\mathcal{C}$ เป็นเซตย่อยที่ไม่ใช่เซตว่าง ปิด คอนเวกซ์ของปริภูมิบานาคคอนเวกซ์เอกรูป $\mathcal{X}$ และให้ $\mathcal{T}:\mathcal{C}\longrightarrow\mathcal{C}$ เป็นการส่งที่สอดคล้องกับเงื่อนไข $(\mathcal{E})$ สำหรับทุก $n\geq 1,\ \eta_0\in\mathcal{C}$ ลำดับ $\{\eta_n\}$ ที่ก่อกำเนิดโดย (1.2) เมื่อ $\{\iota_n\},\ \{\tau_n\},\ \{\sigma_n\}$ เป็นลำดับใน $[0,1]$ ซึ่ง

$$0<a\leq\iota_n,\,\tau_n,\,\sigma_n\leq b<1$$

แล้ว $\mathcal{F}(\mathcal{T})\neq\emptyset$ ก็ต่อเมื่อ $\lim\limits_{n\longrightarrow\infty}\|\mathcal{T}\eta_n-\eta_n\|=0$

ทฤษฎีบท 5.3 ให้ $\mathcal{C}$ เป็นเซตย่อยที่ไม่ใช่เซตว่าง ปิด คอนเวกซ์ของปริภูมิบานาคคอนเวกซ์เอกรูป $\mathcal{X}$ มีสมบัติ Opial และให้ $\mathcal{T}:\mathcal{C}\longrightarrow\mathcal{C}$ เป็นการส่งที่สอดคล้องกับเงื่อนไข $(\mathcal{E})$ สำหรับทุก $n\geq 1,\ \eta_0\in\mathcal{C}$ ลำดับ $\{\eta_n\}$ ที่ก่อกำเนิดโดย (1.2) เมื่อ $\{\iota_n\},\ \{\tau_n\},\ \{\sigma_n\}$ เป็นลำดับใน $[0,1]$ ซึ่ง

$$0<a\leq\iota_n,\,\tau_n,\,\sigma_n\leq b<1$$

แล้วลำดับ $\{\eta_n\}$ ลู่เข้าแบบอ่อนสู่จุดตรึงของ $\mathcal{T}$

ทฤษฎีบท 5.4 ให้ $\mathcal{C}$ เป็นเซตย่อยที่ไม่ใช่เซตว่าง ปิด คอนเวกซ์ กระชับของปริภูมิบานาคคอนเวกซ์เอกรูป $\mathcal{X}$ และให้ $\mathcal{T}:\mathcal{C}\longrightarrow\mathcal{C}$ เป็นการส่งที่สอดคล้องกับเงื่อนไข $(\mathcal{E})$ สำหรับทุก $n\geq 1,\ \eta_0\in\mathcal{C}$ ลำดับ $\{\eta_n\}$ ที่ก่อกำเนิดโดย (1.2) เมื่อ $\{\iota_n\},\ \{\tau_n\},\ \{\sigma_n\}$ เป็นลำดับใน $[0,1]$ ซึ่ง

$$0<a\leq\iota_n,\,\tau_n,\,\sigma_n\leq b<1$$

แล้วลำดับ $\{\eta_n\}$ ลู่เข้าแบบเข้มสู่จุดตรึงของ $\mathcal{T}$

ทฤษฎีบท 5.5 ให้ $\mathcal{C}$ เป็นเซตย่อยที่ไม่ใช่เซตว่าง ปิด คอนเวกซ์ของปริภูมิบานาคคอนเวกซ์เอกรูป $\mathcal{X}$ และให้ $\mathcal{T}:\mathcal{C}\longrightarrow\mathcal{C}$ เป็นการส่งที่สอดคล้องกับเงื่อนไข $(\mathcal{E})$ ซึ่ง $\mathcal{F}(\mathcal{T})\neq\emptyset$ สำหรับทุก $n\geq 1,\ \eta_0\in\mathcal{C}$ ลำดับ

$\{\eta_n\}$ ที่ก่อกำเนิดโดย (1.2) เมื่อ $\{\iota_n\}, \{\tau_n\}, \{\sigma_n\}$ เป็นลำดับใน $[0,1]$ ซึ่ง

$$0 < a \leq \iota_n, \tau_n, \sigma_n \leq b < 1$$

ถ้า $\mathcal{T}$ เป็นการส่งที่สอดคล้องกับเงื่อนไข $(\mathcal{I})$ แล้วลำดับ $\{\eta_n\}$ ลู่เข้าแบบเข้มสู่จุดตรึงของ $\mathcal{T}$

อภิปรายผล

ผลลัพธ์ที่ได้จากโครงการวิจัยนี้ครอบคลุมกระบวนการวนซ้ำเดิมที่มีมาก่อนแล้วในปริภูมิบานาค จึงสามารถใช้กระบวนการวนซ้ำเดิมได้ กล่าวคือ

1. กระบวนการวนซ้ำแบบ K^* ซึ่งนิยามดังนี้

$$\begin{cases} \eta_0 \in \mathcal{C} \\ \zeta_n = (1-\iota_n)\eta_n + \iota_n \mathcal{T}\eta_n \\ \vartheta_n = \mathcal{T}((1-\tau_n)\zeta_n + \tau_n \mathcal{T}\zeta_n) \\ \eta_{n+1} = \mathcal{T}\vartheta_n \end{cases} \tag{5.1}$$

เมื่อลำดับ $\{\iota_n\}$ และ $\{\tau_n\}$ เป็นลำดับที่อยู่ในช่วง $[0,1]$ (Ullah, & Arshad, 2018 : 87-100)

2. กระบวนการวนซ้ำแบบ AK ซึ่งนิยามดังนี้

$$\begin{cases} \eta_0 \in \mathcal{C} \\ \zeta_n = \mathcal{T}((1-\iota_n)\eta_n + \iota_n \mathcal{T}\eta_n) \\ \vartheta_n = \mathcal{T}((1-\tau_n)\zeta_n + \tau_n \mathcal{T}\zeta_n) \\ \eta_{n+1} = \mathcal{T}\vartheta_n \end{cases} \tag{5.2}$$

เมื่อลำดับ $\{\iota_n\}$ และ $\{\tau_n\}$ เป็นลำดับที่อยู่ในช่วง $[0,1]$ (Ullah, K. et al. 2020 : 2050141)

3. กระบวนการวนซ้ำแบบ SP ซึ่งนิยามดังนี้

$$\begin{cases} \eta_0 \in \mathcal{C} \\ \zeta_n = (1-\iota_n)\eta_n + \iota_n \mathcal{T}\eta_n \\ \vartheta_n = (1-\tau_n)\zeta_n + \tau_n \mathcal{T}\zeta_n \\ \eta_{n+1} = (1-\sigma_n)\vartheta_n + \sigma_n \mathcal{T}\vartheta_n \end{cases} \tag{5.3}$$

เมื่อลำดับ $\{\iota_n\}$ และ $\{\tau_n\}$ เป็นลำดับที่อยู่ในช่วง $[0,1]$ (Phuengrattana & Suantai, 2011 : 3006-3014)

ซึ่งสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการพิสูจน์การมีอยู่จริงของผลเฉลยของปัญหาสมการเชิงอนุพันธ์และปัญหาสมการเชิงปริพันธ์ได้

ข้อเสนอแนะ

ผลลัพธ์ที่ได้จากโครงการวิจัยนี้เป็นองค์ความรู้ทางทฤษฎีการประมาณและการขยาย ซึ่งสามารถนำไปวิจัยต่อยอดในเรื่องการประมาณค่าของจุดตรึงของคลาสการส่งแบบอื่นในปริภูมิบานาค ปริภูมิอิงระยะทาง หรือปริภูมิอื่น ๆ