

## บทที่ 5

### สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ในบทนี้ เราจะกล่าวถึงการสรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะต่าง ๆ ที่ได้จากการศึกษาแบบจำลอง BEP (1.2) เพื่อวิเคราะห์พฤติกรรมของแบบจำลองภายใต้เคอร์เนลที่แตกต่างกัน ซึ่งในที่นี้เราพิจารณาจลนพลศาสตร์โดยใช้ความเข้มข้นของน้ำตาลที่ใช้ในการสังเคราะห์เอทานอล ตั้งแต่ 100-250 กรัมต่อลิตร โดยมีค่าพารามิเตอร์และเงื่อนไขเริ่มต้นที่ใช้ ดังนี้

$$\begin{aligned} \gamma &= 0.338 \frac{g_{ethanol}}{g_{biomass}}, \mu_{max} = 0.333h^{-1}, b_H = 0.00916h^{-1}, Y_{\frac{E}{B}} = 3.817 \frac{g_{ethanol}}{g_{biomass}}, \\ Y_{\frac{B}{S}} &= 0.054 \frac{g_{biomass}}{g_{ethanol}}, K_E = 0.048 \frac{Lg_{substrate}}{g_{ethanol}^2}, K_S = 0.032 \frac{g_{substrate}}{L}, \\ b_{H^*} &= \frac{b_H}{\mu_{max}} = 0.0275, \gamma_1 = K_E K_S = 1.5, \tau^* = \frac{V\mu_{max}}{F} = 10.5, \gamma_2 = \gamma Y_{\frac{B}{S}} = 6.2593, \\ \gamma_3 &= Y_{\frac{E}{B}} Y_{\frac{B}{S}} = 0.2061. \text{ เงื่อนไขเริ่มต้น คือ } S_0^* = 100, B_0^* = 0.5, E_0^* = 0.3 \end{aligned}$$

#### 5.1 แบบจำลอง VOFF-BEP ภายใต้เคอร์เนลเป็นกฏยกกำลัง

สำหรับแบบจำลองนี้เป็นแบบจำลอง VOFF-BEP ภายใต้เคอร์เนลเป็นกฏยกกำลังซึ่งเราได้แยกการศึกษาออกเป็น 3 กรณี เพื่อทำการวิเคราะห์ผลลัพธ์เชิงตัวเลขของแบบจำลองภายใต้การกำหนดให้ค่าอันดับตัวแปรเศษส่วน ( $\alpha(t)$ ) และมิติตัวแปรเศษส่วน ( $\beta(t)$ ) ที่มีความแตกต่างกัน

กรณี 1: กำหนดให้  $\alpha(t) = 0.985 + \frac{1}{100} \left| \cos \left( t + \frac{\pi}{4} \right) \right|$  และ  $\beta(t) = 0.92, 0.94, 0.96, 0.98, 1.00$

จากรูปที่ 1 จะเห็นว่า ในช่วงเริ่มต้นนั้นความเข้มข้นของสารตั้งต้นจะลดลงอย่างรวดเร็วในขณะที่ความเข้มข้นของชีวมวลเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วแล้วลดลง ส่วนความเข้มข้นของเอทานอลเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วก่อนที่จะเพิ่มขึ้นอีกเล็กน้อย และในที่สุดทั้งสามกลุ่มของระบบมีพฤติกรรมแบบแกว่งอย่างมีเสถียรภาพกำกับเฉพาะที่

กรณี 2: กำหนดให้  $\alpha(t) = 0.992, 0.994, 0.996, 0.998, 1.000$  และ  $\beta(t) = 0.98 + \sqrt{\frac{e^{-t}}{t+100}}$

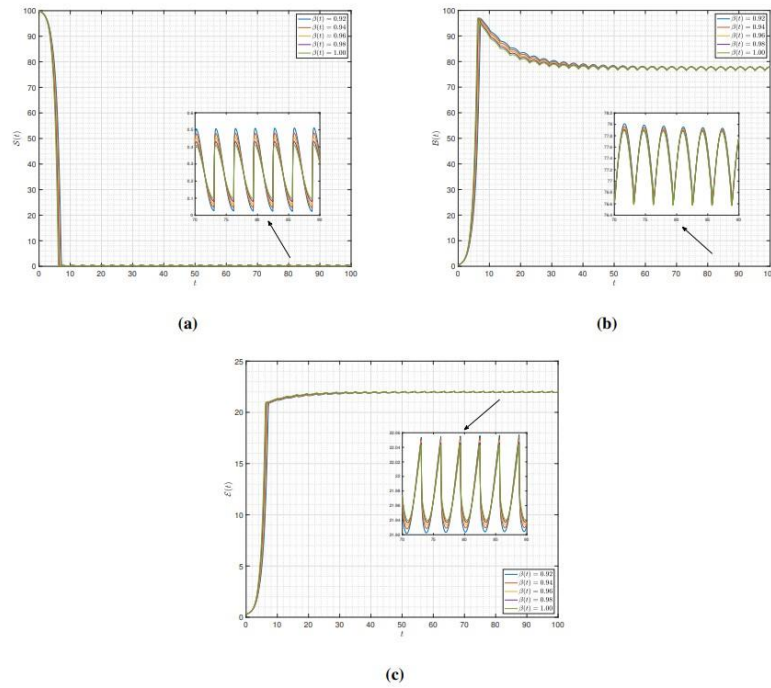
จากรูปที่ 2 จะเห็นว่า พฤติกรรมของความเข้มข้นของสารตั้งต้น ความเข้มข้นของชีวมวล และความเข้มข้นของเอทานอล จะคล้ายกันกับกรณี 1 แต่กราฟจะมีเสถียรภาพกำกับเฉพาะที่แบบไม่แกว่งเมื่อเวลาผ่านไป

กรณี 3: กำหนดให้  $\alpha(t) = 0.990 + \sqrt{\frac{e^{-t}}{t^2+100}}$ ,  $\alpha(t) = 0.985 + \frac{1}{1000} \sqrt{\left| \sin \left( t + \frac{\pi}{6} \right) \right|}$ ,

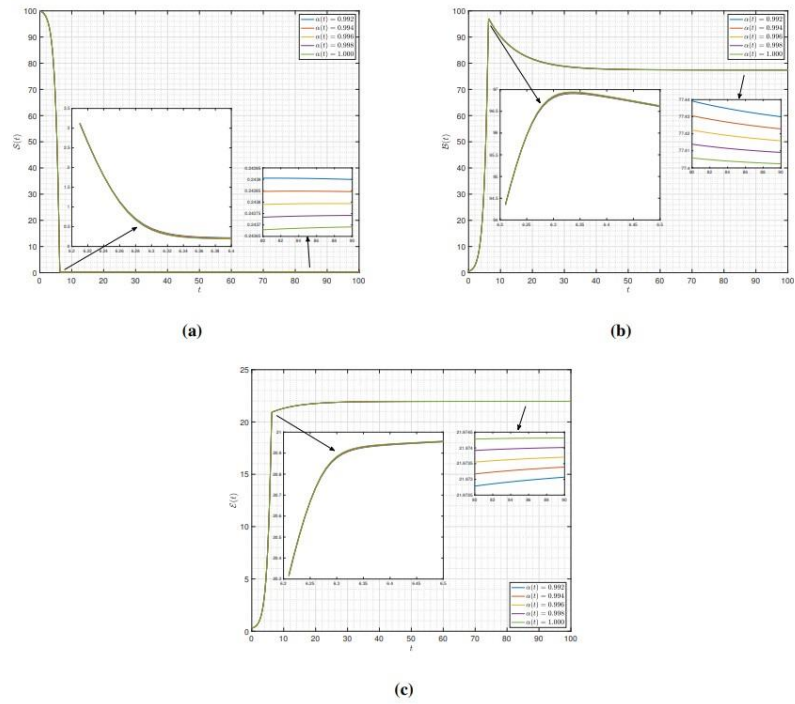
$\alpha(t) = 0.995 + \frac{t+1}{t^2+1000}$ ,  $\alpha(t) = 0.995 + \frac{1}{20} \sqrt{\frac{1}{100} \log(t+1)}$ ,  $\alpha(t) = 0.988 + \frac{e^{-t}}{e^{-t}+100}$

$$\text{และ } \beta(t) = 0.985 + \frac{1}{100} \left| \cos \left( t + \frac{\pi}{4} \right) \right|$$

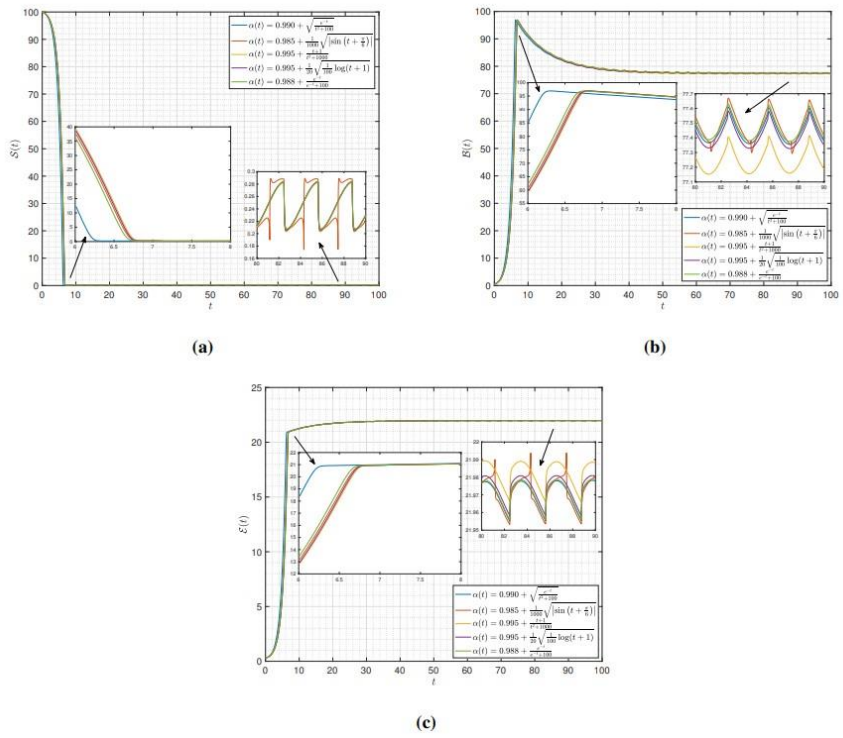
จากรูปที่ 3 จะเห็นว่า พฤติกรรมของความเข้มข้นทั้งสามกลุ่มยังคงเหมือนกับอีกสองกรณีที่กำลังกล่าวถึงก่อนหน้านี้ โดยเมื่อเวลาผ่านไปจะมีความเสถียรภาพเท่ากับเฉพาะที่แต่มีความซับซ้อนและสั่นไหวมากกว่า



ภาพที่ 5.1: แสดงพฤติกรรมของระบบในกรณี 1



ภาพที่ 5.2: แสดงพฤติกรรมของระบบในกรณี 2



ภาพที่ 5.3: แสดงพฤติกรรมของระบบในกรณี 3

5.2 แบบจำลอง VOFF-BEP ภายใต้เคอร์เนลเป็นเลขชี้กำลังแบบถดถอย

สำหรับแบบจำลองนี้เป็นแบบจำลอง VOFF-BEP ภายใต้คอร์แนลเป็นเลขชี้กำลังแบบถดถอย ซึ่งเราได้แยกการศึกษาออกเป็น 3 กรณี เพื่อทำการวิเคราะห์ผลลัพธ์เชิงตัวเลขของแบบจำลองภายใต้การกำหนดให้ค่าอันดับตัวแปรเศษส่วน ( $\alpha(t)$ ) และมิติตัวแปรเศษส่วน ( $\beta(t)$ ) ที่มีความแตกต่างกัน

กรณี 4: กำหนดให้  $\alpha(t) = 0.985 + \frac{1}{100} \left| \cos \left( t + \frac{\pi}{4} \right) \right|$  และ  $\beta(t) = 0.92, 0.94, 0.96, 0.98, 1.00$

จากรูปที่ 4 จะเห็นว่า พฤติกรรมของความเข้มข้นของสารตั้งต้นจะลดลงอย่างรวดเร็วและลู่เข้าอย่างมีเสถียรภาพกับเฉพาะที่แบบแกว่ง ส่วนความเข้มข้นของชีวมวลจะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วเพื่อก้าวข้ามจุดสูงสุดแล้วลดลงจนมีการลู่เข้าแบบมีเสถียรภาพกับเฉพาะที่และไม่แกว่ง ในขณะที่ความเข้มข้นของเอทานอลเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วแล้วเพิ่มขึ้นอีกเล็กน้อยจนมีเสถียรภาพกับเฉพาะที่แบบไม่แกว่ง อย่างไรก็ตาม เราสังเกตเห็นว่าพฤติกรรมของสารทั้งสามกลุ่มนี้ จะมีความคล้ายกับกรณีก่อนหน้านี้เทียบเป็นกรณีต่อกรณี แต่ใช้เวลานานกว่าที่พฤติกรรมจะเข้าสู่สถานะคงที่

กรณี 5: กำหนดให้  $\alpha(t) = 0.992, 0.994, 0.996, 0.998, 1.000$  และ  $\beta(t) = 0.98 + \sqrt{\frac{e^{-t}}{t+100}}$

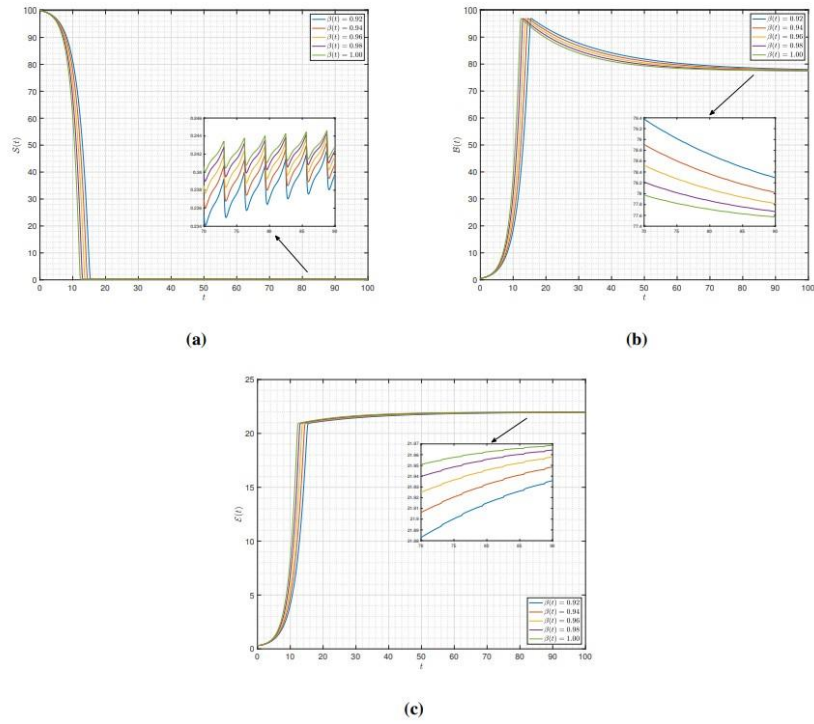
จากรูปที่ 5 จะเห็นว่า พฤติกรรมของทุกกลุ่มตั้งแต่วันเริ่มต้นจนเข้าสู่ภาวะคงที่เหมือนกับกรณีก่อนหน้านี้แต่ไม่มีการแกว่ง และเมื่อ  $\alpha(t)$  เข้าใกล้ 1 กราฟทั้งหมดจะอยู่ใกล้กันมาก

กรณี 6: กำหนดให้  $\alpha(t) = 0.990 + \sqrt{\frac{e^{-t}}{t^2+100}}$ ,  $\alpha(t) = 0.985 + \frac{1}{1000} \left| \sin \left( t + \frac{\pi}{6} \right) \right|$ ,

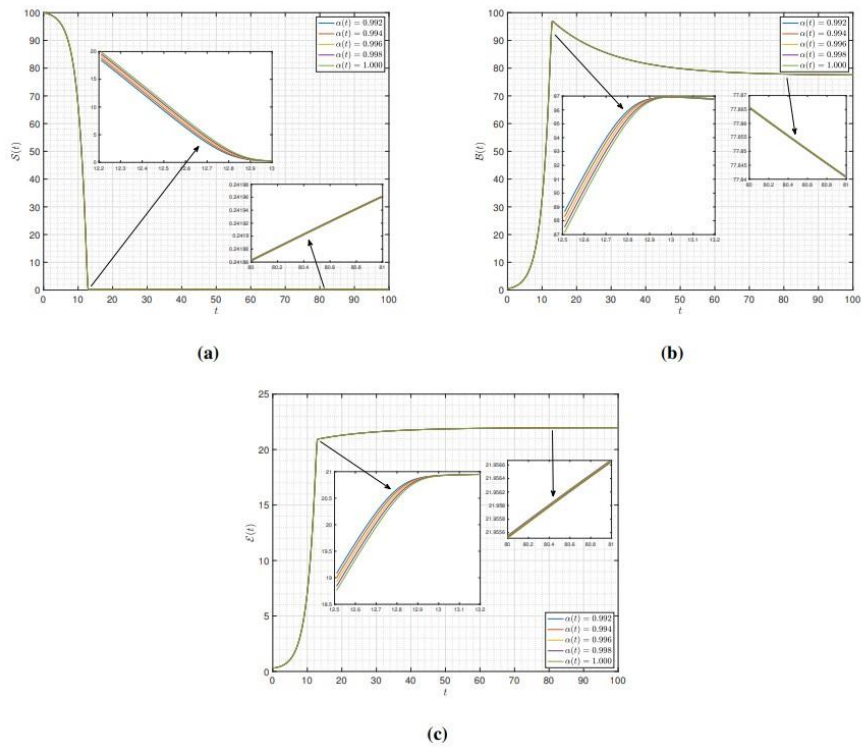
$$\alpha(t) = 0.995 + \frac{t+1}{t^2+1000}, \alpha(t) = 0.995 + \frac{1}{20} \sqrt{\frac{1}{100} \log(t+1)}, \alpha(t) = 0.988 + \frac{e^{-t}}{e^{-t}+100}$$

และ  $\beta(t) = 0.985 + \frac{1}{100} \left| \cos \left( t + \frac{\pi}{4} \right) \right|$

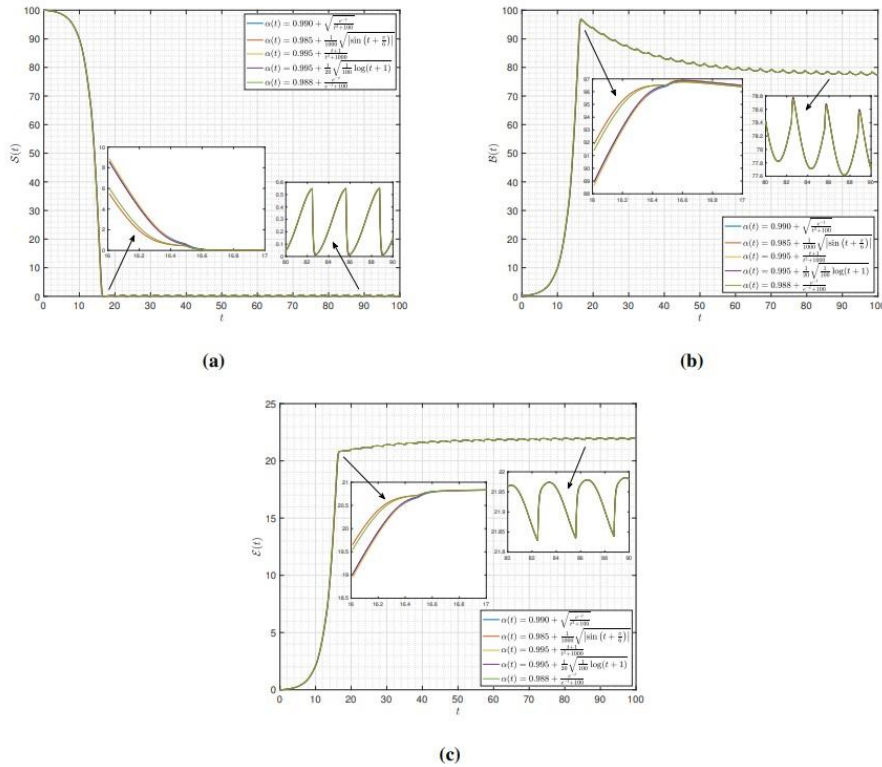
จากรูปที่ 6 จะเห็นว่า พฤติกรรมของทุกกลุ่มตั้งแต่เริ่มต้นจนเข้าสู่ภาวะคงที่ จะเหมือนกับสองกรณีที่แล้ว แต่ทั้งหมดจะมีลักษณะแกว่ง และเมื่อเวลาผ่านไปกราฟจะมีความเสถียรภาพกับเฉพาะที่แต่จะใช้เวลานานกว่า



ภาพที่ 5.4: แสดงพฤติกรรมของระบบในกรณี 4



ภาพที่ 5.5: แสดงพฤติกรรมของระบบในกรณี 5



ภาพที่ 5.6: แสดงพฤติกรรมของระบบในกรณี 6

### 5.3 แบบจำลอง VOFF-BEP ภายใต้เคอร์เนลฟังก์ชันมิตแทก-เลฟเฟลอร์

สำหรับแบบจำลองนี้เป็นแบบจำลอง VOFF-BEP ภายใต้เคอร์เนลฟังก์ชันมิตแทก-เลฟเฟลอร์ ซึ่งเราได้แยกการศึกษาออกเป็น 3 กรณี เพื่อทำการวิเคราะห์ผลลัพธ์เชิงตัวเลขของแบบจำลองภายใต้การกำหนดให้ค่าอันดับตัวแปรเศษส่วน ( $\alpha(t)$ ) และมิติตัวแปรเศษส่วน ( $\beta(t)$ ) ที่มีความแตกต่างกัน

กรณี 7: กำหนดให้  $\alpha(t) = 0.985 + \frac{1}{100} \left| \cos \left( t + \frac{\pi}{4} \right) \right|$  และ  $\beta(t) = 0.92, 0.94, 0.96, 0.98, 1.00$

กรณี 8: กำหนดให้  $\alpha(t) = 0.992, 0.994, 0.996, 0.998, 1.000$  และ  $\beta(t) = 0.98 + \sqrt{\frac{e^{-t}}{t+100}}$

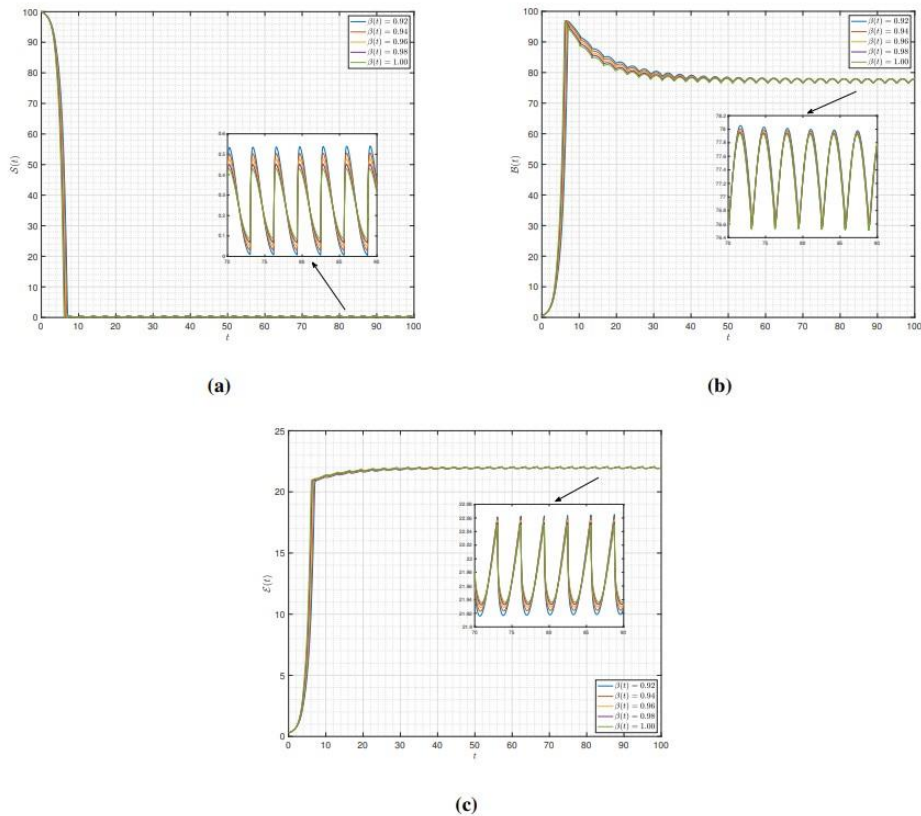
กรณี 9: กำหนดให้  $\alpha(t) = 0.990 + \sqrt{\frac{e^{-t}}{t^2+100}}$ ,  $\alpha(t) = 0.985 + \frac{1}{1000} \sqrt{\left| \sin \left( t + \frac{\pi}{6} \right) \right|}$ ,

$$\alpha(t) = 0.995 + \frac{t+1}{t^2+1000}, \alpha(t) = 0.995 + \frac{1}{20} \sqrt{\frac{1}{100} \log(t+1)}, \alpha(t) = 0.988 + \frac{e^{-t}}{e^{-t}+100}$$

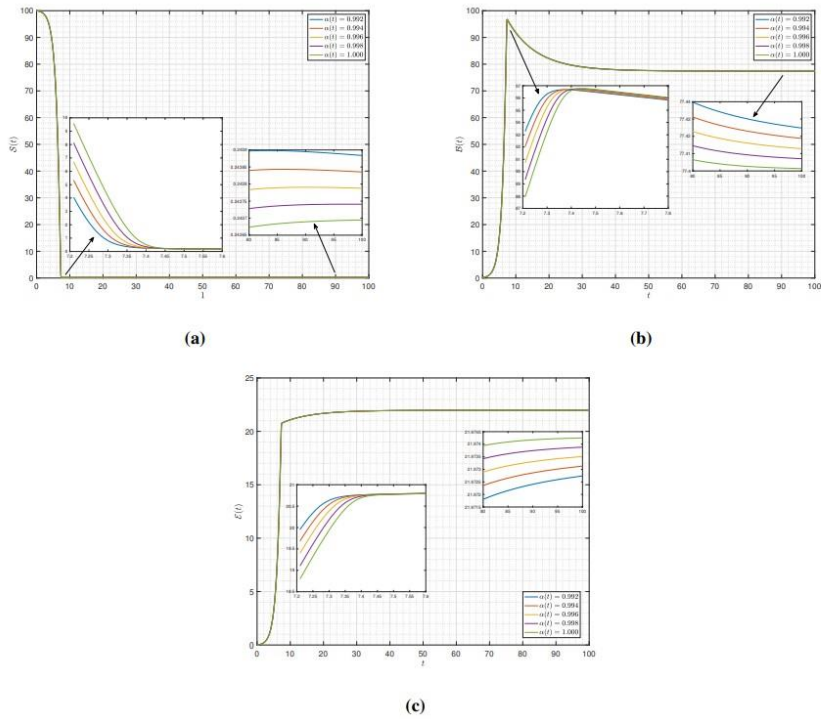
$$\text{และ } \beta(t) = 0.985 + \frac{1}{100} \left| \cos \left( t + \frac{\pi}{4} \right) \right|$$

จากรูปที่ 7-9 จะเห็นว่า พฤติกรรมของสารทุกกลุ่มนั้นคล้ายคลึงกัน โดยที่ความเข้มข้นของสารตั้งต้นจะลดลงอย่างรวดเร็วตั้งแต่เริ่มต้นจนกระทั่งถึงสถานะคงที่แบบแกว่งไปมาในรูปแบบที่ 7 และ 9

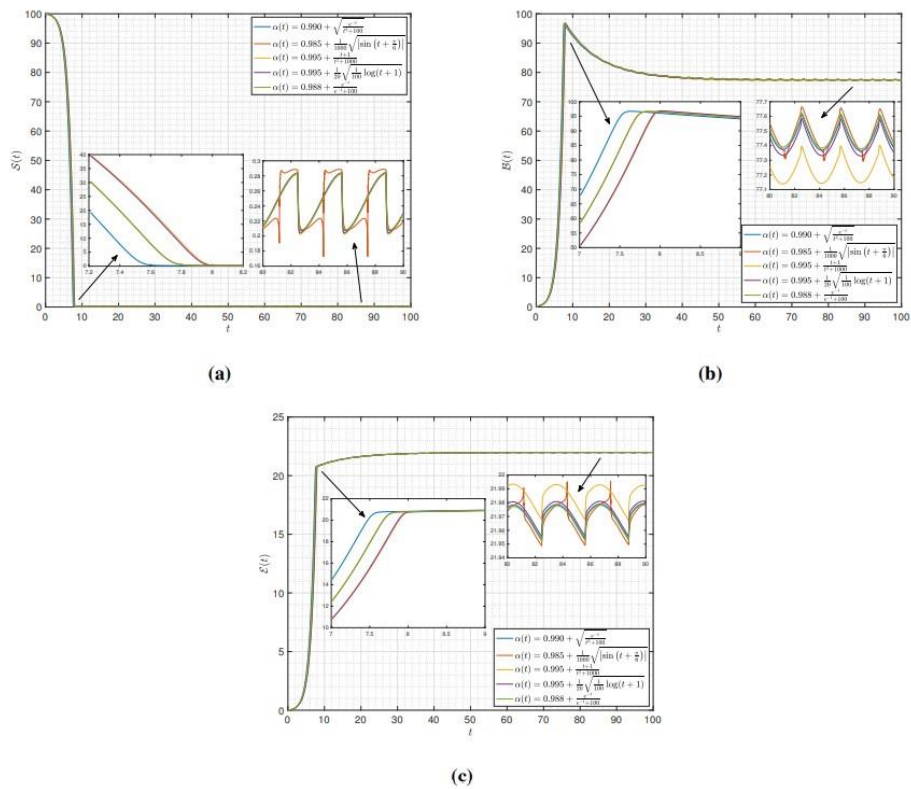
แต่จะไม่แกว่งในรูปที่ 8 ส่วนความเข้มข้นของมวลชีวภาพจะเพิ่มขึ้นและลดลงอย่างรวดเร็วก่อนที่จะเข้าสู่สภาวะคงที่แบบแกว่งไปมาในรูปที่ 7 และ 9 แต่จะไม่แกว่งในรูปที่ 8 ในขณะที่ความเข้มข้นของเอทานอลจะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วและเพิ่มขึ้นอีกจนกว่าจะมีการความเสถียรภาพกำกับเฉพาะที่เมื่อเวลาผ่านไปแบบแกว่งไปมาในรูปที่ 7 และ 9 แต่จะไม่แกว่งในรูปที่ 8



ภาพที่ 5.7: แสดงพฤติกรรมของระบบในกรณี 7



ภาพที่ 5.8: แสดงพฤติกรรมของระบบในกรณี 8



ภาพที่ 5.9: แสดงพฤติกรรมของระบบในกรณี 9



## อภิปรายผล

สำหรับการอภิปราย หลังจากศึกษาแบบจำลอง VOFF-BEP ภายใต้เคอร์เนลทั้งสามประเภทแล้ว เราพบว่า พฤติกรรมของระบบจะแตกต่างกันบ้างเมื่ออันดับตัวแปรเศษส่วน และมีติตัวแปรเศษส่วนมีการเปลี่ยนแปลงเล็กน้อย นอกจากนี้อันดับตัวแปรมีบทบาทสำคัญในความกว้างของการพินในภาพของการจำลองแบบกราฟิก ข้อสังเกตประการหนึ่งคือเมื่อค่าของ  $\alpha(t)$  เป็นจำนวนเต็ม กราฟทั้งหมดในการตั้งค่านี้นี้จะไม่แกว่งไปมาและเข้าสู่สภาวะคงที่เมื่อเวลาผ่านไป ดังที่แสดงในรูปที่ 2, 5 และ 8 ข้อสังเกตอีกอย่างคือเมื่อ  $\alpha(t)$  และ  $\beta(t)$  อยู่ในรูปแบบของฟังก์ชันที่ กราฟในกรณีเหล่านี้จะแกว่งอย่างมีเสถียรภาพเท่ากับเฉพาะที่เมื่อเวลาผ่านไป ดังที่แสดงในรูปที่ 3, 6 และ 9

## สรุปผล

อย่างที่เรารวบรวมกันคือว่าไบโอเอทานอลเป็นพลังงานหมุนเวียนและพลังงานทางเลือกที่สำคัญ แทนเชื้อเพลิงฟอสซิล ยิ่งกว่านั้น สมการเชิงอนุพันธ์แบบเศษส่วนได้ถูกนำมาใช้เพื่อบรรเทาข้อบกพร่องบางอย่างที่เกี่ยวข้องในแง่ของการวิเคราะห์พฤติกรรมของระบบในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ได้ดีมากกว่าสมการเชิงอนุพันธ์ที่มีลำดับจำนวนเต็ม ในงานวิจัยนี้ ได้ศึกษาแบบจำลองเอทานอลชีวภาพ VOFF-BEP ที่มีสมการเชิงอนุพันธ์เศษส่วนภายใต้ตัวดำเนินการแฟร็กทัล-เศษส่วนที่มีเคอร์เนลเป็นกฎยกกำลัง เคอร์เนลเป็นเลขชี้กำลังแบบถดถอย และเคอร์เนลฟังก์ชันมิติเทก-เลฟเฟลอร์ จากการศึกษาเราได้บรรลุจุดมุ่งหมายหลักด้วยการสร้างแบบจำลองที่ออกแบบไว้โดยใช้เคอร์เนลสามชนิดที่แตกต่างกัน จากนั้นสำหรับแต่ละแบบจำลอง เราได้พิสูจน์การมีอยู่และเอกลักษณ์ของคำตอบโดยใช้ทฤษฎีบทจุดคงที่ของบานาคหลังจากนั้น เราได้ตรวจสอบการวิเคราะห์ความเสถียรโดยใช้ความเสถียรของอูแลมประเภทต่างๆ เพื่อรับประกันผลลัพธ์ที่ได้ นอกจากนี้เราได้แสดงภาพประกอบกราฟิกบางส่วนโดยใช้วิธีดัมส์-แบซฟอร์ดเพื่อวิเคราะห์พฤติกรรมของระบบ ซึ่งการจำลองแบบกราฟิกและผลลัพธ์เชิงตัวเลขเหล่านี้เผยให้เห็นว่าแบบจำลองภายใต้เคอร์เนลทั้งสามนี้ให้ผลลัพธ์ที่คล้ายคลึงกันโดยมีความแตกต่างเล็กน้อยขึ้นอยู่กับอันดับตัวแปรเศษส่วน และมีติตัวแปรเศษส่วนที่กำหนด

## ข้อเสนอแนะ

สำหรับข้อเสนอแนะการทำงานในอนาคต ผู้ที่สนใจสามารถนำแนวทางศึกษาของงานวิจัยฉบับนี้ไปประยุกต์ใช้เพื่อศึกษาและวิเคราะห์ความหลากหลายอื่น ๆ ของสถานการณ์ในโลกแห่งความเป็นจริงโดยจำลองสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในรูปของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ต่างๆ ที่ใช้ตัวดำเนินการเศษส่วนลำดับตัวแปร นอกจากนี้ ผู้สนใจอาจนำแบบจำลองเอทานอลชีวภาพที่เสนอหรือแบบจำลองอื่นๆ ไปใช้ในบริบทของตัวดำเนินการเศษส่วนที่น่าสนใจอื่นๆ ได้อีกด้วย