บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญ

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการมีอยู่จริงและสมบัติของการเกิดขึ้นพร้อมกันและจุดตรึงร่วม ทฤษฎีบทดังกล่าวมีความสำคัญเนื่องจากเป็นเครื่องมือพิสูจน์การมีอยู่จริงของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ แบบจำลองสมการเชิงปริพันธ์และสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย Bakhtin (Bakhtin, 1989 : 26-37) ได้มีการนำเสนอปริภูมิเมตริกแบบบี ซึ่งมีลักษณะทั่วไปกว่าปริภูมิเมตริก และได้พิสูจน์การมีอยู่จริงของหลักการส่งแบบหดตัวในปริภูมิเมตริกแบบบี ตั้งแต่นั้นเป็นต้นมาจึงได้รับการอ้างถึงทฤษฎีบทจุดตรึงสำหรับส่งแบบค่าเดียว และการส่งแบบหลายค่าในปริภูมิเมตริกแบบบี ในปี 2000 Branciari (Branciari, 2000 : 31-37) ได้มีการนำเสนอปริภูมิเมตริกทั่วไปที่แทนที่อสมการอิงรูปสามเหลี่ยม ด้วยอสมการอิงรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่า และได้พิสูจน์การมีอยู่จริงของทฤษฎีบทจุดตรึง ในปี 2015 George et al. (George et al. 2015 : 1005-1013) ได้มีการนำเสนอปริภูมิเมตริกแบบบีอิงรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งพัฒนาจากองค์ความรู้ของปริภูมิเมตริกแบบบีและปริภูมิเมตริกอิงรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าพร้อมทั้งได้พิสูจน์การมีอยู่จริงของทฤษฎีบทจุดตรึง ในปี 2017 Kamran et al. (Kamran, Samreen & Ain, 2017 : 9) ได้มีการนำเสนอปริภูมิเมตริกแบบบีขยาย พร้อมทั้งได้พิสูจน์การมีอยู่จริงของทฤษฎีบทจุดตรึง ในปี 2019 Asim et al. (Asim, Mdad & Adenovic, 2019 : 11-20) ได้นำเสนอปริภูมิเมตริกแบบบีอิงรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขยาย พร้อมทั้งได้พิสูจน์การมีอยู่จริงของทฤษฎีบทจุดตรึง งานวิจัยนี้จึงมีความสนใจที่จะศึกษาจุดที่เกิดขึ้นพร้อมกันและจุดตรึงร่วมกันในปริภูมิเมตริกแบบบีอิงรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขยายโดยใช้สมบัติของการส่งหดตัวแบบ $\mathbb{Z}$ ที่ขึ้นอยู่กับ η

Mlaiki et al. (Mlaiki, Hajji & Abdeljawad, 2020 : 1-7) ได้มีการนำเสนอลักษณะทั่วไปเกี่ยวกับปริภูมิเมตริกแบบบีอิงรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขยายโดยการเปลี่ยนอสมการสี่เหลี่ยม ดังนี้

$$D_\zeta(a,b,u,v) \le \zeta(a,b,u,v)[D_\zeta(a,u) + D_\zeta(u,v) + D_\zeta(v,b)]$$

สำหรับความแตกต่างทั้งหมด $a,b,u,v \in \Omega$ ซึ่ง Ω เป็นปริภูมิเมตริกแบบบีอิงรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขยาย และได้พิสูจน์ทฤษฎีบทจุดตรึง อีกทั้งได้นำไปประยุกต์ใช้กับการแก้ปัญหา

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

$$S^k + 1 = (k^4 - 1)S^{k+1} + k^4 s$$

สำหรับทุก $k \ge 3$ มีคำตอบเป็นจำนวนจริง คณะผู้วิจัยได้สนใจศึกษาการมีอยู่จริงของการเกิดขึ้นพร้อมกันและจุดตรึงร่วมสำหรับปริภูมิเมตริกแบบบีอิงรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขยายโดยใช้สมบัติของการส่งหดตัวแบบ $\mathbb{Z}$ ที่ขึ้นอยู่กับ η และการประยุกต์ใช้ในฟังก์ชันปริพันธ์เลอเบก

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อสร้างทฤษฎีบทและพิสูจน์การมีอยู่จริงของการเกิดขึ้นพร้อมกันสำหรับปริภูมิเมตริกแบบบีอิงรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขยายโดยใช้สมบัติของการส่งหดตัวแบบ $\mathbb{Z}$ ที่ขึ้นอยู่กับ η

2. เพื่อสร้างทฤษฎีบทและพิสูจน์จุดตรึงร่วมสำหรับปริภูมิเมตริกแบบบีอิงรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขยายโดยใช้สมบัติของการส่งหดตัวแบบ $\mathbb{Z}$ ที่ขึ้นอยู่กับ η

ประโยชน์ของการวิจัย

1. ได้ทฤษฎีบทและพิสูจน์การมีอยู่จริงของการเกิดขึ้นพร้อมกันสำหรับปริภูมิเมตริกแบบบีอิงรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขยายโดยใช้สมบัติของการส่งหดตัวแบบ $\mathbb{Z}$ ที่ขึ้นอยู่กับ η

2. ได้ทฤษฎีบทและพิสูจน์จุดตรึงร่วมสำหรับปริภูมิเมตริกแบบบีอิงรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขยายโดยใช้สมบัติของการส่งหดตัวแบบ $\mathbb{Z}$ ที่ขึ้นอยู่กับ η

3. ได้ยกระดับคุณภาพการศึกษาและเผยแพร่ผลงานในระดับชาติหรือนานาชาติ

ขอบเขตของการวิจัย

ขอบเขตของการวิจัย คือ การสร้างทฤษฎีบทและพิสูจน์การมีอยู่จริงของการเกิดขึ้นพร้อมกัน และจุดตรึงร่วมสำหรับปริภูมิเมตริกแบบบีอิงรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขยาย

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. (Ω, d_φ) แทนปริภูมิเมตริกแบบบีอิงรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขยาย หมายถึง ปริภูมิที่มีเซต $\Omega \neq \emptyset$ และ $\varphi : \Omega \times \Omega \to [1, +\infty)$ ฟังก์ชัน $d_\varphi : \Omega \times \Omega \to [0, +\infty)$ สำหรับทุก $\kappa, \varpi \in \Omega$ และ $\varrho, \varsigma \in \Omega - \{\kappa, \varpi\}$ ซึ่ง d_φ สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

1.1 $d_\varphi(\kappa, \varpi) = 0 \Leftrightarrow \kappa = \varpi$

1.2 $d_\varphi(\kappa, \varpi) = d_\varphi(\varpi, \kappa)$

1.3 $d_\varphi(\kappa, \varpi) \leq \varphi(\kappa, \varpi)[d_\varphi(\kappa, \varrho) + d_\varphi(\varrho, \varsigma) + d_\varphi(\varsigma, \varpi)]$

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

2. จะเรียกจุด κ ว่าจุดเกิดขึ้นพร้อมกันของการส่ง V และ Q ถ้า $V\kappa = Q\kappa$

3. จะเรียกจุด κ ว่าจุดตรึงร่วมของการส่ง V และ Q ถ้า $V\kappa = Q\kappa = \kappa$

4. จะเรียกจุด κ ว่าจุดตรึงของการส่ง V ถ้า $V\kappa = \kappa$