บทที่ 2

แนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

บทนิยาม

บทนิยาม 2.1 การส่ง $V : \Omega \to \Omega$ จะถูกเรียกว่า α-แอดมิซิเบิล ถ้าสำหรับทุก $\kappa, \varpi \in \Omega$ มี

$$\alpha(\kappa, \varpi) \geq 1 \quad \text{ทำให้ได้} \quad \alpha(V\kappa, V\varpi) \geq 1,$$

เมื่อ $\alpha : \Omega \times \Omega \to [0, +\infty)$ เป็นฟังก์ชัน

บทนิยาม 2.2 ให้ Ω เป็นเซตไม่ว่าง $V, Q : \Omega \to \Omega$ และ $\alpha, \beta : \Omega \times \Omega \to [0, +\infty)$ การส่ง V จะถูกเรียกว่า (α, β)-แอดมิซซิเบิล ถ้า

$$\alpha(\kappa, \varpi) \geq 1 \quad \text{และ} \quad \beta(\kappa, \varpi) \geq 1 \quad \text{ทำให้ได้}$$

$\alpha(V\kappa, Q\varpi) \geq 1$ และ $\beta(Q\kappa, V\varpi) \geq 1$ และ $\beta(V\kappa, Q\varpi) \geq 1$ และ $\alpha(Q\kappa, V\varpi) \geq 1$ สำหรับ $\kappa, \varpi \in \Omega$

บทนิยาม 2.3 ฟังก์ชันการจำลอง $\eta : [0, +\infty) \times [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ สอดคล้องกับเงื่อนไข

(i) $\eta(\varpi, \kappa) < \kappa - \varpi$ สำหรับทุก $\kappa, \varpi > 0$

(i) ถ้า $\{\varpi_n\}$ และ $\{\kappa_n\}$ เป็นลำดับใน $(0, \infty)$ ซึ่ง $\lim_{n \to +\infty} \varpi_n = \lim_{n \to +\infty} \kappa_n = l \in (0, +\infty)$ แล้ว

$$\limsup_{n \to +\infty} \eta(\varpi_n, \kappa_n) < 0$$

กำหนดให้ $\Psi = \{\psi : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+ \mid \psi \text{ ต่อเนื่อง และไม่ลด}, \psi(s) = 0 \Leftrightarrow s = 0\}$

บทนิยาม 2.4 จะกล่าวว่า $\eta : \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ เป็น η-ฟังก์ชันการจำลอง, ถ้ามี $\psi \in \Psi$ ซึ่ง

(η_1) $\eta(\varpi, \kappa) < \psi(\kappa) - \psi(\varpi)$ สำหรับ $\kappa, \varpi > 0,$

(η_2) ถ้า $\{\varpi_n\}$ และ $\{\kappa_n\}$ เป็นลำดับใน $(0, \infty)$ ซึ่ง $\lim_{n \to +\infty} \varpi_n = \lim_{n \to +\infty} \kappa_n > 0$ แล้ว

$$\limsup_{n \to \infty} \eta(\varpi_n, \kappa_n) < 0$$

ให้ $\mathbb{Z}$ เป็นเซตทั้งหมดของ η-ฟังก์ชันการจำลอง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

Olgun, Bicer & Alyildiz, 2016 : 832-837 ได้นำเสนอการหาจุดตรึงของการส่งหดตัวแบบ $\mathbb{Z}$ ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

$$\eta(d(V\kappa, V\varpi), A(\kappa, \varpi)) \geq 0$$

เมื่อ

$$A(\kappa,\varpi) = \max\left\{d(\kappa,\varpi), d(\kappa,V\kappa), d(\varpi,V\varpi), \frac{d(\kappa,V\varpi)+d(\varpi,V\kappa)}{2}\right\}$$

Singh et al. 2015 : 1481-1490 ได้นำเสนอการหาจุดตรึงของการส่งหดตัวแบบ $\mathbb{Z}$ สำหรับ $\kappa, \varpi \in \Omega$ ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

$$\frac{1}{2}d(\kappa, V\kappa) \leq d(\kappa,\varpi) \text{ ทำให้ได้ว่า } \psi(d(V\kappa, V\varpi)) \leq \psi(A(\kappa,\varpi)) - \phi(A(\kappa,\varpi))$$

เมื่อ

(1) $\psi : [0,\infty) \to [0,+\infty)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องไม่ลด และ $\psi(t) = 0$ ก็ต่อเมื่อ $t = 0$

(2) $\phi : [0,\infty) \to [0,+\infty)$ เป็นฟังก์ชันกึ่งต่อเนื่องล่างด้วย $\phi(t) = 0$ ก็ต่อเมื่อ $t = 0$

และ

$$A(\kappa,\varpi) = \max\left\{d(\kappa,\varpi), d(\kappa,V\kappa), d(\varpi,V\varpi), \frac{d(\kappa,V\varpi)+d(\varpi,V\kappa)}{2}\right\}$$

Joonaghany et al. 2019 : 129-148 ได้นำเสนอการหาจุดตรึงร่วมของการส่งหดตัวแบบ $\mathbb{Z}$ สำหรับ $\kappa, \varpi \in \Omega$ ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

$$\frac{1}{2}\min\{d(\kappa,V\kappa), d(\varpi,Q\varpi)\} \leq d(\kappa,\varpi) \text{ ทำให้ได้ว่า}$$
$$\psi(d(V\kappa,Q\varpi)) \leq \psi(A(\kappa,\varpi)) - \phi(A(\kappa,\varpi))$$

เมื่อ

(1) $\psi : [0,+\infty) \to [0,\infty)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องไม่ลด และ $\psi(t) = 0$ ก็ต่อเมื่อ $t = 0$

(2) $\phi : [0,+\infty) \to [0,\infty)$ เป็นฟังก์ชันกึ่งต่อเนื่องล่างด้วย $\phi(t) = 0$ ก็ต่อเมื่อ $t = 0$

และ

$$A(\kappa,\varpi) = \max\left\{d(\kappa,\varpi), d(\kappa,V\kappa), d(\varpi,V\varpi), \frac{d(\kappa,V\varpi)+d(\varpi,V\kappa)}{2}\right\}$$